

瞬态喷雾冷却中使用导热逆问题求解热边界条件

赵宇新, 赵 霄, 张 博*, 尹志超

(大连理工大学 能源与动力学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 随着电子器件的散热需求越来越大, 关于液体冷却系统的研究愈发增多. 瞬态喷雾冷却(ISC)是一个新颖高效的冷却 IC 芯片的方法. 导热逆问题(IHCP)是一种通过测量介质内部的温度分布来估计表面热流密度的方法. 采用 IHCP 计算喷雾冷却过程中随时间变化的表面热流密度. 选用一维未来序列函数(SFS)方法由测量内部温度而估计表面热流密度. 使用模拟温度数据来检查该计算方法的精度和误差, 得到各个参数的影响规律以估计该方法对实验中求解热流密度的影响.

关键词: 喷雾冷却; 导热逆问题; 未来序列函数方法; 换热系数

中图分类号: TK124

文献标识码: A

doi: 10.7511/dllgxb201904005

0 引言

随着摩尔定律的应用发展, 半导体科技有了长足的进步, 晶体管的数量一直在增加. 在高性能的超算集群, 电子、电动汽车和先进的航空航天电子设备中, 都需要去除电子元件产生的庞大热量. 与此同时, 技术的发展也减小了电子产品体积, 导致散热需求在更小的区域内进行, 而只有液体冷却才能对如此高的热流进行冷却^[1]. 所以, 微通道冷却、电动冷却、小型制冷系统如喷射和喷雾冷却成为冷却此类系统的潜在解决方案. 其中, 喷雾冷却以其散热能力强、工质需求小及被冷却表面没有接触热阻等优点在高热流密度电子元件散热方面具有广阔的应用前景^[2].

瞬态喷雾冷却(ISC)是在传统式喷雾冷却基础上发展起来的更高效的换热方式. 相比于传统式喷雾冷却, 它的最大优点就是工质能够充分利用^[3], 让工质有足够的时间发生相变, 解决喷雾过程中因液膜厚度过大和蒸汽与液滴的逆向运动导致换热效率降低的问题, 可以达到更好的换热效果. 该喷雾持续时间往往很短, 表面温度的变化在毫秒量级^[4], 找到合适的热边界条件求解方法非常关键.

热边界条件如随时间变化的热流密度很难直接测量, 所以经常使用测量内部温度的间接测量方式^[5]. 在这些方式中, 导热逆问题(IHCP)是用于根据已知测量参数如温度、热流等通过数学表达式估计未知参数的研究领域. 它实质是一种非直接测量法的应用, 如求得流体物性参数等过程. 导热逆问题的求解方法有很多, 如 Stolz^[6]提出的 Duhamel 解法、拉普拉斯分析法^[7]、蒙特卡罗方法^[8]等. 现今以 Beck 等^[9]提出的 SFS 方法(未来序列函数方法)应用较为广泛.

由于导热逆问题的求解方法众多, 有学者对不同计算方法的适应性和准确性进行了细致研究. 周致富等^[10]分析对比了 Duhamel 解法和 SFS 方法在不同测温方式下计算表面瞬态热流密度的适用性, 结果表明: 在表面温度直接测量方式下, 二者计算出的表面热流密度均较为准确; 在间接测温方式下, Duhamel 解法忽略了测点和表面材料之间的散热影响, 无法准确计算瞬态表面热流密度, SFS 方法在温度快速变化阶段的计算结果存在一定的失真. 针对 SFS 方法的失真问题, Tunnell 等^[11]设定了间歇的模拟热流对选用不同参数下该方法可能产生的误差进行了计算分析, 得到了该模型的求解精度和实验误差.

收稿日期: 2018-12-20; 修回日期: 2019-03-29.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51876020).

作者简介: 赵宇新(1994-), 女, 硕士生, E-mail: 201272075@mail.dlut.edu.cn; 张 博*(1974-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, E-mail: zhangbo@dlut.edu.cn.

Somasundaram等^[12]将 SFS 方法应用于实验测量数据,计算了 ISC 工艺冷却模拟芯片的瞬态换热系数,并确定了该问题中的最佳未来时间步数. SFS 方法计算过程中涉及多个参数,单一的模拟或实验数据无法说明该方法的准确性. 因此,为了研究 SFS 方法计算实际实验中换热面热流密度的准确性,本文先使用模拟数据分析测量误差和温度传感器误差;随后,用喷雾冷却实验中测得的数据计算表面热流密度并对比分析,从而得到各个参数的影响规律,来估算使用导热逆问题求解实验中热流密度可能产生的误差.

1 数学模型

1.1 一维导热逆问题

在喷雾过程中,由于热传导特性,表面温度不均的扰动往往在到达 1~2 mm 深度后便趋于一致,因此喷雾覆盖的直径(2~4 cm)要比表面温度变化的响应深度(1~2 mm)大得多,喷雾中心的热响应在切向上没有显著变化. 热表面为紫铜材料,假设其热物性与温度无关,同时在紫铜块周围以石棉进行充分绝热,则可以将瞬态喷雾冷却过程简化为垂直于表面方向的一维非稳态导热问题. 导热方程可表述为

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} \tag{1}$$

$$-\kappa \frac{\partial T(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=0} = q(t) \tag{2}$$

$$T(x,t) \Big|_{x=L} = T_L \tag{3}$$

$$T(x,t) \Big|_{t=0} = T_0(x) \tag{4}$$

其中 α 表示热传导加速度, $T_0(x)$ 和 T_L 分别表示初始时刻和距离表面 L 点的温度, κ 表示物质导热系数, $q(t)$ 表示表面热流密度.

在瞬态喷雾冷却中,由于热边界条件如式(2)中随时间变化的表面热流密度 $q(t)$ 难以直接测量,故必须测得内部 $x=c$ 处的温度 $U(t)$ 以间接求得. 这些温度是离散的,可以表示为

$$U_k = U(t_k); k=1,2,\dots,K \tag{5}$$

下文使用 i 和 k 分别表示空间和时间.

1.2 未来序列函数方法(SFS 方法)

SFS 方法把表面热流密度作为时间的分段常数函数,并依次求解每个时间点的表面热流密度. 因此,把表面热流密度 q 写为离散形式:

$$q_k = q(t_k); k=1,2,\dots,K \tag{6}$$

导热逆问题的第一步是把温度分布表示为表

面热流密度的函数 $T_{i,k}(q_k)$,以泰勒级数展开并取一阶形式:

$$T_{i,k}(q_k) = T_{i,k}(q_k^*) + \frac{\partial T_{i,k}(q_k^*)}{\partial q_k^*} (q_k - q_k^*) \tag{7}$$

为了简化导热逆问题的求解,Beck 定义了敏感系数 $Z_{i,k}$,它表示介质内部温度随表面热流密度变化的敏感性:

$$Z_{i,k} = \frac{\partial T_{i,k}(q_k^*)}{\partial q_k^*} \tag{8}$$

那么初始的微分方程和边界条件可以写为

$$\frac{\partial^2 Z_{i,k}}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial Z_{i,k}}{\partial t} \tag{9}$$

$$-\lambda \frac{\partial Z_{i,k}}{\partial x} \Big|_{i=0} = 1 \tag{10}$$

$$Z_{i,k} \Big|_{i=\infty} = 0 \tag{11}$$

$$Z_{i,k} \Big|_{k=1} = 0 \tag{12}$$

假设知道 $t_{k-1}, t_{k-2}, \dots$ 的温度分布和表面热流密度, t_k 的表面热流密度则可以计算,把温度场 $T_{i,k}$ 视为表面热流密度 q_k 的唯一函数,把敏感系数 $Z_{i,k}$ 代入式(7),则温度分布为

$$T_{i,k}(q_k) = T_{i,k}(q_k^*) + Z_{i,k}(q_k - q_k^*) \tag{13}$$

在这种情况下, q_k^* 是通过计算得到, $Z_{i,k}$ 可以由式(9)~(12)计算, $T_{i,k}(q_k^*)$ 就是 $T_{i,k-1}(q_{k-1})$. 由于温度是表面热流密度的唯一函数,任意时间点可以利用式(13)计算出当时的温度对应的表面热流密度:

$$q_k = q_k^* + \frac{U_k - T_{i,k}(q_k^*)}{Z_{i,k}}; k=1,2,\dots,K \tag{14}$$

然而,在此方法中,微小的温度记录扰动可能会导致估算的表面热流密度产生较大的误差. Beck 提出使用未来一段时间的温度来进行估算,假设在未来的 R 个时间步长中,表面热流密度保持不变:

$$q_k = q_{k+1} = \dots = q_{k+R} \tag{15}$$

然后使用最小二乘方法来减小在未来 R 个时间步长内测量温度 U_k 和估算温度 $T_{i,k}$ 的误差(在传感器位置固定时):

$$\epsilon_k = \min \sum_{r=1}^R [U_{k+r-1} - T_{i,k+r-1}(q_k^*)]^2; k=1,2,\dots,K \tag{16}$$

代入式(14),得到 t_k 时刻的预估表面热流密度:

$$q_k = q_k^* + \frac{\sum_{r=1}^R [U_{k+r-1} - T_{i,k+r-1}(q_k^*)] Z_{i,k-r}}{\sum_{r=1}^R (Z_{i,r-1})^2} \tag{17}$$

由上式可以求出每个时间点的表面热流密度,其

中: $Z_{i,k}$ 在整个时间轴上 ($0 < t < t_R$) 只需要计算一次, 因为它不会随表面热流密度变化. 此外, $T_{i,k+r-1}(q_k^*)$ 由式(1)~(3)给出的初始方程和热边界条件计算得到. 图 1 给出了用 SFS 方法求解导热逆问题的完整流程.

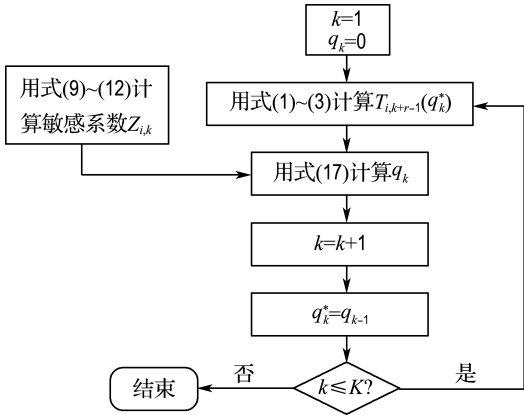


图 1 SFS 方法流程图
Fig. 1 Flow diagram of SFS method

1.3 随机误差和绝对误差

表面热流密度的误差取决于测量温度的随机误差, 假设测点真实温度等于测量温度和每个时间测温误差的和:

T_k = U_k + ε_k (18)

式中: T_k 表示测点真实温度, U_k 为测量温度, $ε_k$ 为测温误差. 而由于测温误差 $ε_k$ 导致表面热流密度的随机误差可由下式计算:

D_q = (σ_U^2 ∑_{k=1}^K q_k^2)^{1/2} (19)

其中 $σ_U^2$ 代表测得温度的方差.

如果测量不出现误差, 那么预估的表面热流密度与真实值之间的绝对误差可由下式表示:

D = [∑_{k=1}^K (q'_k - q_k)^2]^{1/2} (20)

式中: q_k 为计算得到的热流密度, q'_k 为表面真实热流密度.

1.4 模拟热流密度

本文给定了初始阶段性表面热流密度来模拟瞬态喷雾冷却过程, 如图 2 所示.

q(t) = { 300; 0.166k ≤ t < 0.332k
3; 0.166(k+1) ≤ t < 0.332(k+1)

根据实验条件, $q = 300 \text{ W/cm}^2$ 表示喷雾喷射时的热流密度, $q = 3 \text{ W/cm}^2$ 表示停止喷雾喷射时的热流密度(考虑周围环境空气换气和热辐射), 喷雾周期为 166 ms. 而后使用 Duhamel 积分

计算得到的温度来模拟实验中测量的温度:

T(x, t) = f(0)q(x, t) + ∫_0^t q(x, t-τ) dT(τ)/dτ dτ (21)

而后加入随机误差来模拟实际测量温度时的波动.

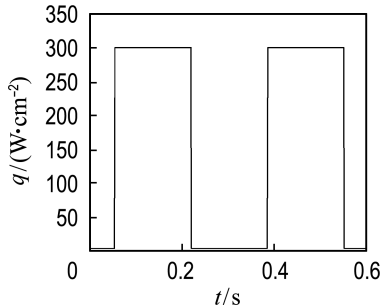


图 2 模拟表面热流密度曲线
Fig. 2 The simulated surface heat flux curve

2 模拟结果与分析

本文应用 SFS 方法来预估模拟数据和喷雾实验中引起的热流密度. 为了优化实验结果, 先使用模拟数据进行导热逆问题求解, 从而分析误差的影响. 其中包括温度采集误差和热电偶测量误差. 然后, 利用 SFS 方法预测在喷雾实验中的表面热流密度和换热系数.

2.1 实验误差

导热逆问题的缺点在于记录温度的微小扰动可能会导致预测表面热流密度时出现较大的振荡, 而在温度的记录过程中会存在扰动误差. SFS 方法的目的是通过未来的温度数据来减小波动的影响, 但是这可能会在一定程度上造成解与真实值的偏离. 因此在求解导热逆问题时, 要权衡方法中的误差和偏离, 选取合适的参数来优化 SFS 方法. 所以, 可以通过表面热流密度的误差大小来选择求解过程中应用的变量: 未来时间步数 R 和时间步长 dt .

由此得到了不同的 R 和 dt 下, 表面热流密度的随机误差 D_q 和绝对误差 D 的变化曲线, 如图 3 所示. 可以看出: 随着 R 增大, 随机误差 D_q 逐渐减小, 绝对误差 D 相应增大. 且 R 的增大对 D 的影响更加明显; 对 D_q 的影响较小, 并随着 R 增大而不断减弱. 同时, 随机误差 D_q 的大小与温度测量误差 $ε_k$ 成正比.

为了更加直观地看出 R 和 dt 对导热逆问题计算的影响, 下面给出了计算结果与真实热流密

度和换热系数(黑线)的对比,如图 4 所示.

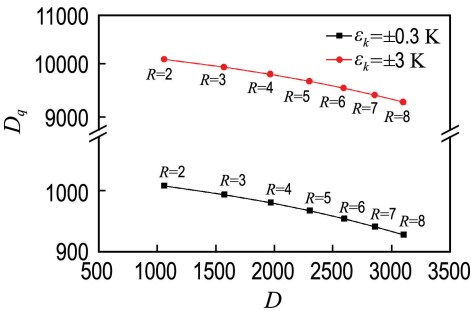
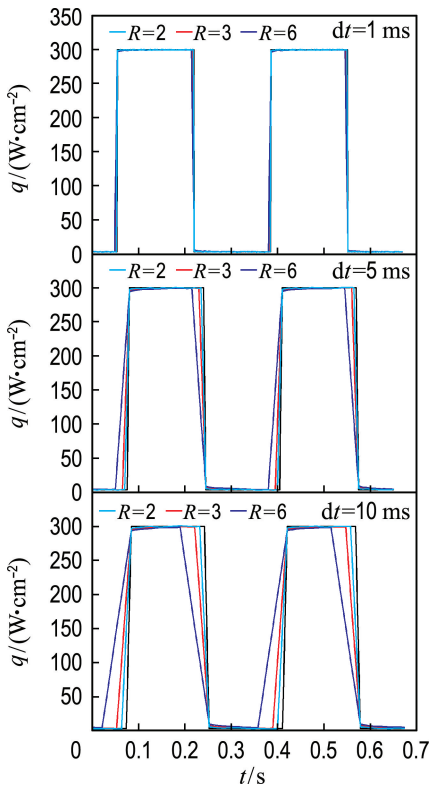
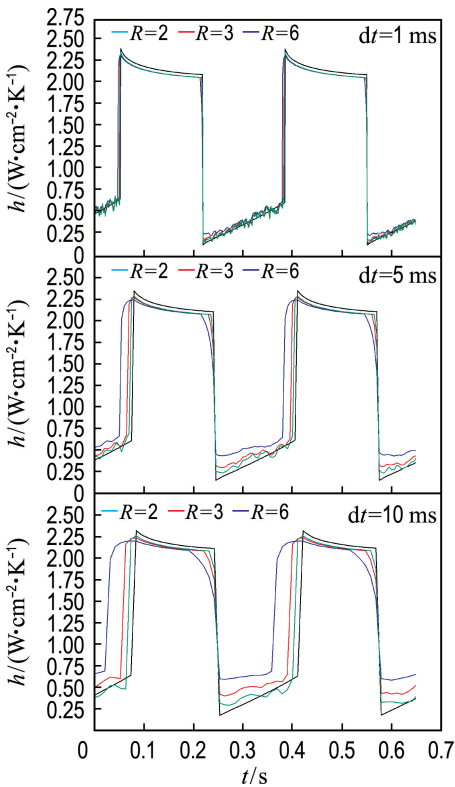


图 3 表面热流密度的随机误差和绝对误差随 R 变化曲线

Fig. 3 Surface heat flux random error vs. absolute error for various R



(a) 表面热流密度



(b) 换热系数

图 4 不同参数下表面热流密度和换热系数

Fig. 4 Surface heat flux and heat transfer coefficient for various parameters

由于热电偶的热扩散系数较周围介质高,传热更快,所以它会在测点附近引起温度扰动.第 2 种是因为热电偶会记录整个体积的平均温度,所以在其中产生温度梯度时,热电偶记录的温度不一定与测点的温度相同.第 3 种就是热电偶的位置与测点有偏差而产生的误差.

有 3 种方法可以减小前两种误差的影响:使

由图 4 可以看出,导热逆问题所求得解会在一定程度上与真实值发生偏离,偏离程度由 dt 和 R 的大小决定: dt 相同时, R 的取值越大,在曲线拐角处的计算值与真实值的偏离程度越大; R 相同时, dt 的取值越小,曲线的偏离程度越小.与此同时,随着 R 的增大,随机误差减小,曲线更加圆滑.所以,未来时间步数 R 的增加虽然会减小求解的随机误差,却会使计算值更加偏离真实值.因此,处理结果时选用 $R=2$ 及较小的 dt 会使结果更加准确.

2.2 热电偶测量误差

引起热电偶测量误差的主要原因有温度干扰效应、平均效应和热电偶位置误差 3 种.第 1 种是

用与嵌入介质有类似热扩散系数的热电偶;将热电偶的导线与表面平行放置使它不向其他方向传导热量;使用小型热电偶尽量减少散热的影响.可以选用第 3 种方法来尽量减少热电偶测量误差.

然而,热电偶位置的不确定仍可能会使计算产生较大的误差.为了研究这种误差的影响,模拟了无误差温度,分别计算了热电偶位置 $L=0.20$,

0.25, 0.35, 0.40 mm 条件下的表面热流密度和换热系数, 而实际的温度传感器深度设置为 0.30 mm. 计算出了热电偶错位 ± 0.05 mm 和 ± 0.10 mm 下, 表面热流密度和换热系数的最大值和最小值.

图 5(a)、(b) 显示了表面热流密度和换热系数的变化范围. 可以看出, 喷雾过程中表面热流密

度的误差较大且基本保持不变, 而后随着温度降低误差减小; 而换热系数曲线中只在喷雾暂停时存在微小误差. 图 5(c) 显示了过程中误差所占的百分比, 由下式可得:

$$E_q = \left| \frac{q(t)|_{x=0.30\text{ mm}} - q(t)|_{x=X}}{q_{\max}|_{x=0.30\text{ mm}}} \right| \times 100\% \quad (22)$$

$q(t)|_{x=X}$ 表示 $L=0.20, 0.25, 0.35, 0.40$ mm 时计算得到的表面热流密度, $q_{\max}|_{x=0.30\text{ mm}}$ 表示在 $L=0.30$ mm 时的最大热流密度. 对比图 5 中曲线发现: 最大的误差发生在喷雾喷出时降温的瞬间; 在错位的距离相同时, 离换热表面越近, 由热电偶错位而产生的误差越大.

3 实验结果处理

由上一章分析可知, 利用 SFS 方法求解实验中的表面热流密度, 主要的实验误差来自以下两个方面: 温度记录产生误差和热电偶测量误差. 影响记录温度变化的参数主要是选取的未来时间步数 R 和采样时间步长 dt . 而热电偶测量误差主要取决于热电偶的位置, 通过与热表面的距离 L 来表示. 下文分别讨论这 3 个变量对实验中导热逆问题求解结果的影响. 以间歇喷雾时间 166.7 ms 的一核态沸腾实验数据为例, 分别变换上面 3 个不同变量, 求解表面热流密度和换热系数, 拟合曲线, 进行对比.

3.1 温度记录误差

导热逆问题求解的缺点在于较小的温度扰动会对热流密度的求解结果产生较大的影响, 而 SFS 方法便是利用未来温度数据来减小温度记录的误差. 下面是改变 R 和 dt (实验中最小选用 10 ms) 对表面热流密度和换热系数计算结果的影响.

由图 6 可见, 未来时间步数 R 越大, 表面热流密度和换热系数曲线越光滑, 随机误差越小; 同时曲线会向左发生偏移, 这是由于参与计算的点减少导致的. 但是, 曲线的峰值减小, 这可能是由于误差处理导致的数据偏移失真所致.

图 7 展示了时间步长变化对计算结果的影响, 分别对比不同时间步长的两曲线可知: dt 较大时, 变化曲线更加圆滑且方差更小, 但是时间步长的增加使曲线峰值更小, 同时增大 R 对曲线的偏移影响更加明显.

3.2 热电偶测量误差

实验中设置测点到热表面距离 $L=0.30$ mm, 用 $L=0.10, 0.20, 0.40, 0.50$ mm 也进

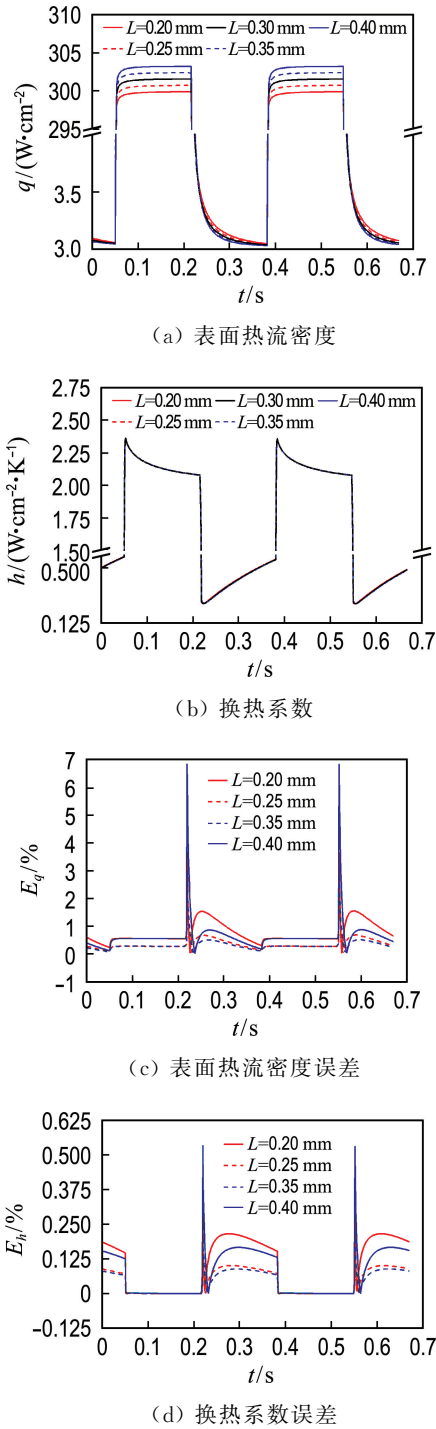


图 5 不同热电偶位置下表面热流密度和换热系数
Fig. 5 Surface heat flux and heat transfer coefficient for various thermocouple placement

行了计算与它对比,结果如图 8 所示.

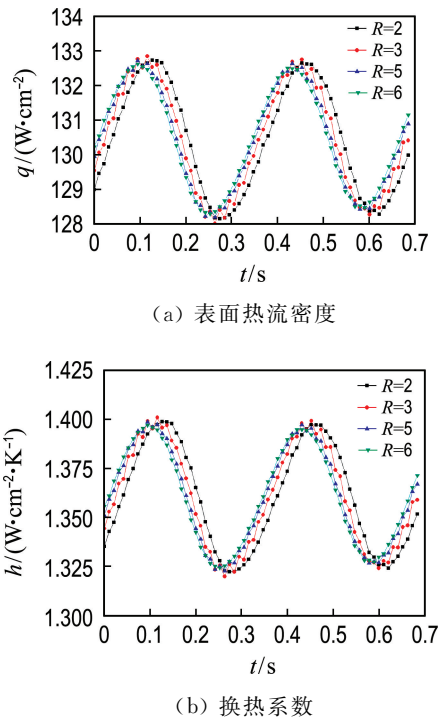


图 6 R 不同时表面热流密度和换热系数
Fig. 6 Surface heat flux and heat transfer coefficient for various R

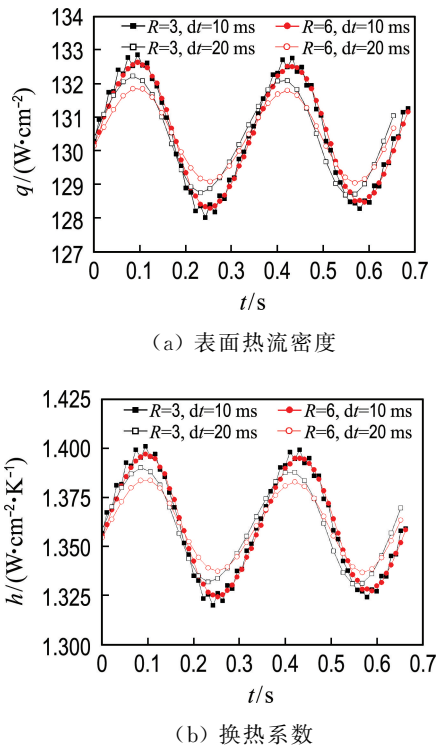


图 7 R, dt 不同时表面热流密度和换热系数
Fig. 7 Surface heat flux and heat transfer coefficient for various R and dt

从图 8 中发现,热电偶测点与热表面距离越近,计算所得的表面热流密度和换热系数越小,但是并不会对随机误差产生影响.热电偶的位置误差在 0.2 mm 以内时,最大误差发生在峰值处,约为 1.5%,但 L 仍是 3 个变量中最大的影响因素.

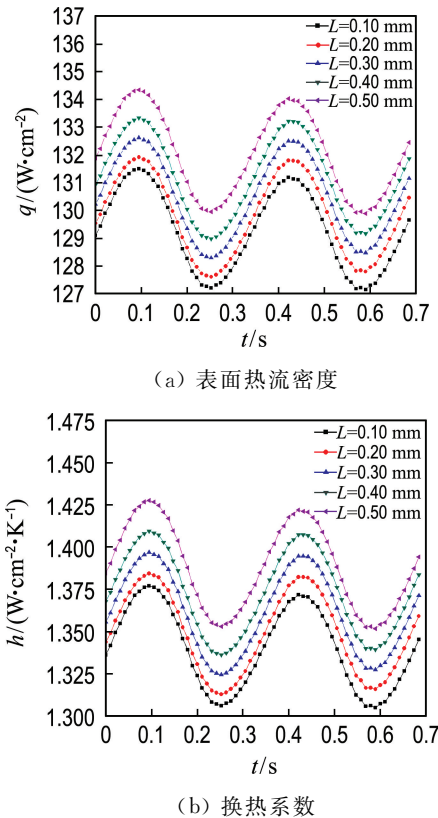


图 8 L 不同时表面热流密度和换热系数
Fig. 8 Surface heat flux and heat transfer coefficient for various L

4 结 语

本文使用导热逆问题求解了瞬态喷雾冷却过程中随时间变化的表面热流密度和换热系数.使用模拟热流和温度分布,分析了 SFS 方法的随机误差和相对误差及各参数的影响规律.而后在实验中测量并计算了随时间变化的热流密度和换热系数,结果表明:热电偶位置误差 L 是 3 个变量中影响最大的因素,最大误差约为 1.5%.

求解热边界条件对于分析瞬态喷雾冷却系统中的热力学特性至关重要,本文在不同的喷雾参数和使用工况下针对该方法及模型进行了分析研究,可为间歇喷雾的参数设计提供参考.

参考文献:

[1] 乔宇锋,毛宽民,黄其柏.液力式雾化制冷研

- 究[J]. 科学技术与工程, 2004, **4**(3):214-217.
- QIAO Yufeng, MAO Kuanmin, HUANG Qibai. Study of cooling by liquid force atomization [J]. **Science Technology and Engineering**, 2004, **4**(3): 214-217. (in Chinese)
- [2] 国建鸿,李振国,傅德平. 大功率电力电子器件蒸发冷却技术研究[J]. 电力电子技术, 2005, **39**(5):138-140.
- GUO Jianhong, LI Zhenguo, FU Deping. Study on evaporative-cooling technology for high-power power electronic components [J]. **Power Electronics**, 2005, **39**(5):138-140. (in Chinese)
- [3] PANAIO M R O, MOREIRA A L N. Intermittent spray cooling: A new technology for controlling surface temperature [J]. **International Journal of Heat and Fluid Flow**, 2009, **30**(1):117-130.
- [4] AGUILAR G, WANG Guoxiang, NELSON J S. Effect of spurt duration on the heat transfer dynamics during cryogen spray cooling [J]. **Physics in Medicine and Biology**, 2003, **48**(14):2169-2181.
- [5] TALER J. Theory of transient experimental techniques for surface heat transfer [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 1996, **39**(17):3733-3748.
- [6] STOLZ G. Numerical solutions to an inverse problem of heat conduction for simple shapes [J]. **Journal of Heat Transfer**, 1960, **82**(1):20-25.
- [7] REICHELT L, MEINGAST U, RENZ U. Calculating transient wall heat flux from measurements of surface temperature [J]. **International Journal of Heat and Mass Transfer**, 2002, **45**(3):579-584.
- [8] WOODBURY K A. **Inverse Engineering Handbook** [M]. Boca Raton: CRC Press, 2002.
- [9] BECK J V, BLACKWELL B, ST CLAIR JR C R. **Inverse Heat Conduction: Ill-Posed Problems** [M]. New York: Wiley-Interscience Publication, 1985.
- [10] 周致富,徐腾宇,赵曦,等. 喷雾冷却表面瞬态热流密度计算方法研究[J]. 工程热物理论, 2016, **37**(11):2452-2456.
- ZHOU Zhifu, XU Tengyu, ZHAO Xi, *et al.* Methodology for prediction of time-varying heat flux during pulsed spray cooling [J]. **Journal of Engineering Thermophysics**, 2016, **37**(11): 2452-2456. (in Chinese)
- [11] TUNNELL J W, TORRES J H, ANVARI B. Methodology for estimation of time-dependent surface heat flux due to cryogen spray cooling [J]. **Annals of Biomedical Engineering**, 2002, **30**(1):19-33.
- [12] SOMASUNDARAM S, TAY A A O. A study of intermittent spray cooling process through application of a sequential function specification method [J]. **Inverse Problems in Science and Engineering**, 2012, **20**(4):553-569.

Solution of thermal boundary conditions using inverse heat conduction problem in intermittent spray cooling

ZHAO Yuxin, ZHAO Xiao, ZHANG Bo*, YIN Zhichao

(School of Energy and Power Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: With the increasing demand of heat dissipation of electronic devices, the research on liquid cooling system is increasing. Intermittent spray cooling (ISC) is a novel and efficient method for cooling IC chips. The inverse heat conduction problem (IHCP) is a method for estimating surface heat flux by measuring the temperature distribution inside the medium. IHCP is used to predict the time-varying surface heat flux during the spray cooling process. The one-dimensional sequential function specification (SFS) method is used to estimate the surface heat flux by measuring the internal temperature. The accuracy and error of the calculation method are checked by the simulated temperature, and the influence rule of each parameter is obtained to estimate the effect of the method on the heat flux calculated in the experiment.

Key words: spray cooling; inverse heat conduction problem; sequential function specification method; heat transfer coefficient