

基于降噪自动编码器的多任务优化算法

尚青霞, 周磊, 冯亮*

(重庆大学 计算机学院, 重庆 400044)

摘要: 人类通常可同时进行多个任务的学习, 将从一个任务中获得的知识应用到另一个任务中以加速此任务的学习. 受此学习行为的启发, 多任务学习(MTL)被提出并被广泛研究. 与 MTL 动机类似, 多任务优化(MTO)是在传统基于单任务优化算法基础上被提出的一种新型优化算法, 该算法旨在同时在线执行多个任务, 从一个任务中获取知识以帮助另一个任务, 并进行任务间知识迁移, 以提高多任务的优化性能. 基于降噪自动编码器提出了一种新型 MTO 算法, 推演出一种具有闭式解的降噪自动编码器, 并利用此编码器显式地对多任务构建任务映射, 从而使所提 MTO 算法能够利用不同的基于单任务优化算法的搜索偏好. 采用常用的 MTO 基准进行综合性实验, 验证了所提算法的有效性.

关键词: 多任务优化(MTO); 多任务学习(MTL); 降噪自动编码器; 单任务优化; 基于种群的搜索算法

中图分类号: TP181

文献标识码: A

doi: 10.7511/dllgxb201904013

0 引言

种群搜索算法中的遗传算法、蚁群算法、粒子群算法等以其实现容易、精度高、收敛速度快、适应性强等优点被广泛应用于控制领域^[1-5]. 例如, PID 控制器是最早发展起来的控制策略之一^[6], 具有结构简单、参数易于在线调整等优点^[1], 在各控制领域得到了广泛应用. 大量事实证明, 遗传算法、粒子群算法等在 PID 控制器参数整定中取得了传统优化算法无法比拟的效果^[7], 其在参数寻优问题中有着无比的优越性. 杨志刚等^[8]基于蚁群算法对 PID 控制器进行参数整定, 并将其运用于磨机给矿控制中, 取得了良好效果. 这种采用在单个应用场景下对其进行参数优化的单任务学习方法, 当存在多个相似场景时, 忽略了场景间数据相关性, 使其处理能力受限.

多任务学习(multi-task learning, MTL)是同时学习多个相关任务的机器学习算法, 其本质是通过多个相关任务的共同学习, 挖掘任务间更

多更高级的信息, 使任务间相互促进, 从而提高单任务学习性能. 多任务学习已被广泛应用于许多领域, 如数据挖掘、计算机视觉、生物信息学等, 并涌现了多种 MTL 算法, 如多任务神经网络^[9]、异构特征空间中的 MTL^[10]、具有凸任务关系建模的 MTL^[11]、深度 MTL^[12-13]等.

与 MTL 相似, 多任务优化(multi-task optimization, MTO)是建立在传统单任务优化算法基础上的一种新的优化算法, 较每次只执行一个任务的传统单任务优化算法而言, 多任务优化在多个优化任务上同时进行优化操作^[14]. 对于不同但可能相关的在线优化问题, 通过其潜在协同作用, 可以利用 MTO 改善其优化性能. 目前 MTO 的相关研究较少, 同时, 提出的 MTO 算法也相对较少. Gupta 等^[14]将传统的单任务遗传算法与具有跨域繁殖算子的公共数据表示相结合, 提出了多因子优化算法. Swersky 等^[15]将多任务高斯过程扩展到贝叶斯优化框架中, 提出了多任

收稿日期: 2018-10-19; 修回日期: 2019-05-24.

基金项目: 国家自然科学基金青年基金资助项目(61603064); 中央高校前沿交叉项目(106112017CDJQJ188828); 重庆市前沿基础应用面上项目(cstc2017jcyjAX0319).

作者简介: 尚青霞(1990-), 女, 博士生, E-mail: qxshang@cqu.edu.cn; 周磊(1992-), 男, 博士生, E-mail: stone_zhou@cqu.edu.cn; 冯亮*(1987-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, E-mail: liangf@cqu.edu.cn.

务贝叶斯优化算法,并将其运用于几种学习模型中以寻找最优超参数设置.然而,贝叶斯优化算法通常并不适用于高维问题和组合表示问题.与 MTL 所取得的研究成果相比,MTO 在模仿人类多任务优化能力方面,尚未受到太多关注.此外,现有的优化算法并不能充分挖掘隐藏在相关任务或问题中有价值的特征信息,而合理、充分地利用这些特征信息有助于提高多任务的优化性能.

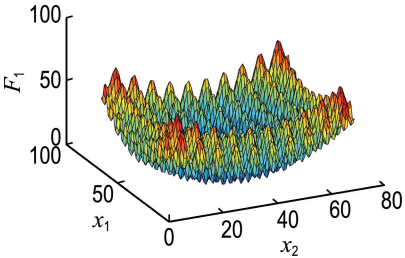
本文主要针对具有非凸性、存在多个局部最优解且不容易获取有价值衍生信息等特点,包含一个或多个目标函数的多任务优化问题进行研究,并提出一种新型 MTO 算法,利用降噪自动编码器实现任务间的知识共享.该算法首先采用种群搜索算法,如进化算法^[16-17],作为单任务优化器,继而在线优化过程中采用一种单层闭式解的降噪自动编码器作为任务间知识共享的连接桥梁,通过这种桥梁连接方式,将 MTO 中独立的单任务优化器组合起来,为不同任务求解提供独特的效率,进而在任务迁移前获取有价值的信息,从而提高多任务优化性能.文献[14]基于无任何质量评价的繁殖算子实现任务间知识共享,本文 MTO 算法能够明确地实现跨任务间的连接.文献[15]仅适用于解决低维度问题的基于多任务高斯过程,本文 MTO 算法基于种群启发式搜索,要处理更高维度、更复杂的问题.

1 多任务优化

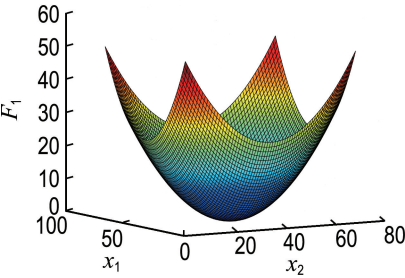
MTO 是同时解决多个优化任务的一种优化算法,目的是通过任务间的迁移学习提高跨任务问题的求解性能^[14].假设要执行 k 个优化任务, MTO 的输入是优化任务集合 $S_1: \{f_1, \cdots, f_i, \cdots, f_k\}$, 令 $f_i: X_i \rightarrow \mathbf{R}$, 表示搜索空间, $X_i \in R^{d_i}$ 上的一个全局优化任务,其目标 $x_i^* = \arg \min_{x_i \in X_i} f_i(x_i)$, 每一个任务 f_i 可能拥有自己单独的维度 d_i . MTO 的输出是最优解集合 $S_0: \{x_1^*, \cdots, x_i^*, \cdots, x_k^*\}$.

与传统单任务优化相比,MTO 在在线优化过程中,能够自动地利用并迁移不同但可能类似的优化问题间的潜在协同作用,进而改善所有任务的优化性能.图 1 展示了连续优化问题中常用的两个基准函数: Rastrigin's 函数和 Sphere 函数^[14].

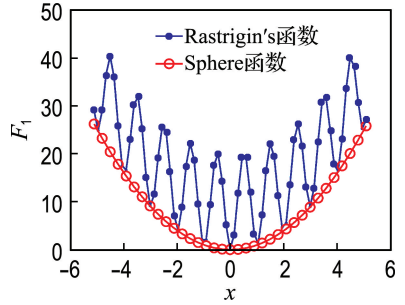
从图 1 可知,所选问题的复杂性并不统一,图 1(a)的多峰 Rastrigin's 函数包含许多局部最优解,这对优化来说更具挑战性;图 1(b)的凸 Sphere 函数最简单;从图 1(c)中可以看出它们具有共同的全局最优.其中纵坐标 F_1 为目标值,图 1(a)、(b)的 x_1, x_2 为搜索空间 X_i 的决策变量.因此, Sphere 函数的优化过程中找到的解可能有助于对复杂 Rastrigin's 函数的优化.



(a) Rastrigin's 函数



(b) Sphere 函数



(c) 一维空间中的 Rastrigin's 函数和 Sphere 函数

图 1 Rastrigin's 函数和 Sphere 函数

Fig. 1 Rastrigin's function and Sphere function

2 基于种群的搜索算法

基于种群的搜索算法表示一类拥有一组候选解的优化算法,其每个解在问题的搜索空间中都存在唯一的点与之对应.目前,许多基于种群的搜索算法,如遗传算法、粒子群优化算法等^[16-18],成功应用于解决非凸问题、多模态问题、高维度问题

等. 算法 1 为基于种群的搜索算法.

算法 1

```

1 Begin
2  $i := 0$ ; /* 初始化评价计数器 */
3 Initialize and evaluate  $[P(i)]$ ; /* 创建初始种群 */
4 while stopping conditions are not satisfied do
5    $P'(i) := \text{Re production}[P(i)]$ ; /* 应用重组算子 */
6   evaluate  $[P'(k)]$ ;
7    $P(i+1) := \text{select}[P'(i), P(i)]$ ; /* 产生新种群 */
8    $i := i+1$ ; /* 增加评价计数器 */
9 End
  
```

3 单层降噪自动编码器

自动编码器(auto-encoder)是深度学习网络的基本构建块,其尽可能复现输入,并让目标值等于输入值^[19]. 给定输入向量 $\mathbf{x} \in [0, 1]^d$, 一个自动编码器通过 $\mathbf{y} = \text{sigmoid}(\mathbf{W}\mathbf{x} + \mathbf{b})$ 将输入向量映射到其隐含观测量 $\mathbf{y} \in [0, 1]^{d'}$, 其中 $\mathbf{W}$ 是 $d' \times d$ 的权重矩阵, $\mathbf{b}$ 是偏置向量, $\text{sigmoid}(\mathbf{x}) = 1/(1 + e^{-\mathbf{x}})$; 然后隐含观测量 $\mathbf{y}$ 通过 $\mathbf{z} = \text{sigmoid}(\mathbf{W}'\mathbf{y} + \mathbf{b}')$ 将其映射到重构向量 $\mathbf{z} \in [0, 1]^d$, 此时 $\mathbf{z} \approx \mathbf{x}$, 如式(1)所示,通过优化相应的参数 $\mathbf{W}$ 、 $\mathbf{W}'$ 、 $\mathbf{b}$ 、 $\mathbf{b}'$ 来减小平均重构误差:

$$e \approx \min_{\mathbf{W}, \mathbf{W}', \mathbf{b}, \mathbf{b}'} \frac{1}{n} L(x_i, z_i) \quad (1)$$

其中 n 表示数据实例的个数; L 是损失函数, 如平方损失函数、K-L 散度损失函数等.

降噪自动编码器(denoising auto-encoder)是自动编码器的随机版本,在输入数据映射到隐含观测量前,对输入数据进行破坏,得到其破损数据 $\tilde{\mathbf{x}}$, 并通过式(1)从 $\tilde{\mathbf{x}}$ 中重构原始输入数据 $\mathbf{x}$. 为了减小破坏过程的影响,必须了解输入数据的分布结构,而隐含观测量 $\mathbf{y}$ 通常被认为是机器学习任务中学习的新表示,其在破损数据 $\tilde{\mathbf{x}}$ 和修复的输入数据 $\mathbf{x}$ 之间起连接作用. 在此启发下,本文将降噪自动编码器作为任务间知识共享的桥梁,提出了一种连接优化多任务的降噪自动编码器. 用 $\mathbf{S} = \{\mathbf{s}_1, \dots, \mathbf{s}_N\}$ 和 $\mathbf{T} = \{\mathbf{t}_1, \dots, \mathbf{t}_N\}$ 分别表示两个不同优化问题 P_1 和 P_2 搜索空间(如 $\mathbf{X}_1$ 和 $\mathbf{X}_2$)中

两个解集合,其中 N 表示每个解集合中解的数量,解集合中 $\mathbf{s}_i$ 和 $\mathbf{t}_i (i \in [1, N])$ 可能具有不同的维度,本文用 0 进行填充. 分别将 $\mathbf{S}$ 和 $\mathbf{T}$ 作为降噪自动编码器的输入(输出)层和输出(输入)层,则 P_1 和 P_2 可以通过降噪自动编码器自动建立连接.

与降噪自动编码器的编码和解码机制相反,本文通过一个单层映射 $\mathbf{M}: \mathbf{R}^d \rightarrow \mathbf{R}^d$ (d 是空间维度)重构破损数据,利用式(2)减小平方重构误差:

$$L_{\text{sq}}(\mathbf{M}) = \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \|\mathbf{t}_i - \mathbf{M}\mathbf{s}_i\|^2 \quad (2)$$

本文在输入中添加常量特征 $\mathbf{s}_i = [\mathbf{s}_i; 1]$ 和 $\mathbf{t}_i = [\mathbf{t}_i; 1]$, 并在映射 $\mathbf{M} = [\mathbf{M}, \mathbf{b}]$ 中引入偏置,则式(2)可被简化成式(3)所示的矩阵形式:

$$L_{\text{sq}}(\mathbf{M}) = \frac{1}{2N} \text{tr}[(\mathbf{T} - \mathbf{M}\mathbf{S})^T (\mathbf{T} - \mathbf{M}\mathbf{S})] \quad (3)$$

其中 $\text{tr}(\cdot)$ 表示矩阵的迹,则式(3)的解可表示为普通最小二乘法^[20]的闭式解:

$$\mathbf{M} = (\mathbf{T}\mathbf{S}^T)(\mathbf{S}\mathbf{S}^T)^{-1} \quad (4)$$

4 基于降噪自动编码器的 MTO 算法

假设同时优化两个问题 P_1 、 P_2 , 并分别采用两个独立的基于种群的搜索算法作为基本任务优化器, MTO 算法的工作流程如图 2 所示.

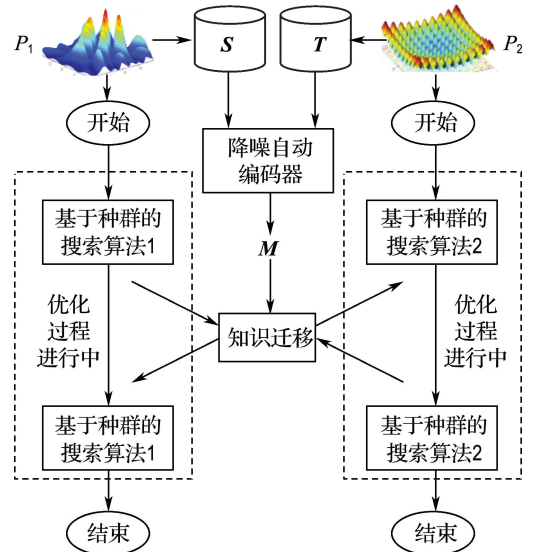


图 2 MTO 算法的工作流程

Fig. 2 Workflow of MTO algorithm

从图 2 可知, 分别给定 P_1 和 P_2 搜索空间(如 $\mathbf{X}_1$ 和 $\mathbf{X}_2$)中两个解集合 $\mathbf{S}$ 和 $\mathbf{T}$, 本文 MTO 算

法利用降噪自动编码器对此解集合建立跨任务的连接映射 $\mathbf{M}$,从而在每个问题域的优化过程中发现有价值的解. 通过在线学习的任务映射将当前空间的解传递到其他任务空间. 最后,当预定条件满足时,整个优化过程终止.

4.1 跨任务映射的学习

假定两个任务 $P_1:\{f_1,\mathbf{X}_1\}$ 和 $P_2:\{f_2,\mathbf{X}_2\}$,利用降噪自动编码器实现跨任务连接映射的学习过程如下:

步骤 1 分别从 $\mathbf{X}_1$ 和 $\mathbf{X}_2$ 中均匀并独立地抽取两组大小为 N 的解集合 $\mathbf{S}$ 和 $\mathbf{T}$.

步骤 2 根据目标函数 f_1 和 f_2 分别对 $\mathbf{S}$ 和 $\mathbf{T}$ 中的解进行升序或降序排序.

步骤 3 将排序后的 $\mathbf{S}$ 和 $\mathbf{T}$ 分别作为降噪自动编码器的输入(输出)层和输出(输入)层,并利用式(4)得到跨任务的连接映射 $\mathbf{M}$.

由此可知, P_1 和 P_2 有两个任务映射:一是从 P_1 到 P_2 的映射,设置 $\mathbf{S}$ 为输入层, $\mathbf{T}$ 为输出层,用 $\mathbf{M}_{12}$ 表示此映射;另一个是从 P_2 到 P_1 的映射,设置 $\mathbf{T}$ 为输入层, $\mathbf{S}$ 为输出层,用 $\mathbf{M}_{21}$ 表示此映射.

4.2 两个任务间的知识共享

MTO 算法的知识共享是利用学习任务映射,以问题解的方式呈现. 由于作为基本优化器的基于种群的优化搜索算法包含迭代过程,本文设定每隔 g 代进行一次跨任务知识共享,不失一般性,也可应用其他频率的知识共享. 在每隔 g 代迭代中,根据目标函数 f_1 从 P_1 的种群中选择 q 个最优解,与学习映射 $\mathbf{M}_{12}$ 相乘,并将其迁移到 P_2 中;同时,根据目标函数 f_2 从 P_2 的种群中选择 q 个最优解,与学习映射 $\mathbf{M}_{21}$ 相乘,并将其迁移到 P_1 中.

4.3 多任务间的知识共享

如果存在两个以上任务,则对任务间进行知识共享前须对任务进行选择. 假设对 k 个任务优化,每隔 g 代进行一次跨任务知识共享,首先定义一个 $k \times k$ 的权重矩阵 $\mathbf{C}$,并初始化每个元素 $C_{ij}=1$,其中 C_{ij} 表示任务 f_j 帮助任务 f_i ,则选择任务 f_j 与任务 f_i 进行知识共享的概率为

$$p_i = C_{ij} / \sum_{j=1}^k C_{ij} \tag{5}$$

在下一代的基于种群搜索算法中,如果从任

务 f_j 到任务 f_i 所迁移的 q 个解都保存下来,则通过增加 1 更新 C_{ij} ,如 $C_{ij}=C_{ij}+1$. 为了简便,本文将更新步长定义为 1,其他步长可根据具体问题进行设定. 对于任务 f_i 而言,在开始时,其他任务中的每个任务都具有相同的知识共享概率,而当某一任务能为 f_i 提供更多有用知识时,此任务将占据更大的与 f_i 进行知识共享的概率.

5 实验及结果分析

5.1 实验设置

本文采用与文献[21]相同基准对所提 MTO 算法的性能进行评估,其中包括 9 个常用的 MTO 基准,每个基准都包含两个具有不同属性的最小化问题,如函数类型、任务间的交叉程度、任务间相似度(基于 Pearson 相关性对任务间相似度进行定义^[21],值越高表示任务间的相似度越高)等,表 1 中总结了 MTO 基准问题的属性. 对于两个以上任务的测试,本文将 MTO 基准中的 7 个函数分别作为任务 1~7 的 7 个任务,并利用本文 MTO 算法对其同时优化.

在本文 MTO 算法中,贝叶斯优化器不能用于解决变维数等于 10 的 Rastrigin's 函数,因此本文采用遗传算法(GA)和差分进化(DE)算法作为两种基本单任务优化器,分别用于求解每个 MTO 基准中的第 1 个任务 T_1 和第 2 个任务 T_2 . 同时,针对两个以上任务,为了引入更多不同的搜索偏差,采用粒子群优化(PSO)算法作为基本单任务优化器. 本文主要与文献[14]提出的 MFEA 进行对比,为了公平比较,MFEA 中遗传算法采用 SBX 交叉算子和多项式变异算子,差分进化算法采用 DE/rand/1 算子,其他参数设置与文献[14]相同,具体如下:

- (1)用于学习任务映射的抽样解数量: $n_s=100$.
- (2)种群大小:对所有优化器,设置种群大小为 100.
- (3)最大代数:MFEA 为 $g_{\max}=1\,000$,其他算法为 $g_{\max}=500$.
- (4)独立运行次数: $n_r=20$.
- (5)MFEA、GA 和 DE 中进化算子的参数设置为 SBX 交叉算子: $p_c=1$, $\eta_c=2$,多项式变异算

表 1 MTO 基准问题的属性

Tab. 1 Properties of MTO benchmark problems

类别	任务	搜索空间	任务性质	相交程度	任务间相似度
CI+HS	<i>Griewank</i> (T_1)	$d=50, x \in [-100, 100]^d$	多峰,不可分	完全相交	1.000 0
	<i>Rastrigin</i> (T_2)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分		
CI+MS	<i>Ackley</i> (T_1)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分	完全相交	0.226 1
	<i>Rastrigin</i> (T_2)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分		
CI+LS	<i>Ackley</i> (T_1)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分	完全相交	0.000 2
	<i>Schwefel</i> (T_2)	$d=50, x \in [-500, 500]^d$	多峰,可分		
PI+HS	<i>Rastrigin</i> (T_1)	$d=50, x \in [-500, 500]^d$	多峰,不可分	部分相交	0.867 0
	<i>Sphere</i> (T_2)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	单峰,可分		
PI+MS	<i>Ackley</i> (T_1)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分	部分相交	0.215 4
	<i>Rosenbrock</i> (T_2)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分		
PI+LS	<i>Ackley</i> (T_1)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分	部分相交	0.072 5
	<i>Weierstrass</i> (T_2)	$d=25, x \in [-0.5, 0.5]^d$	多峰,不可分		
NI+HS	<i>Rosenbrock</i> (T_1)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分	不相交	0.943 4
	<i>Rastrigin</i> (T_2)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分		
NI+MS	<i>Griewank</i> (T_1)	$d=50, x \in [-100, 100]^d$	多峰,不可分	不相交	0.366 9
	<i>Weierstrass</i> (T_2)	$d=25, x \in [-0.5, 0.5]^d$	多峰,不可分		
NI+LS	<i>Rastrigin</i> (T_1)	$d=50, x \in [-50, 50]^d$	多峰,不可分	不相交	0.001 6
	<i>Schwefel</i> (T_2)	$d=50, x \in [-500, 500]^d$	多峰,可分		

- 子 (polynomial mutation)^[14]: $p_m=1, \eta_m=5$.
- (6)MFEA 中随机交叉概率 $p_r=0.3$.
- (7)DE 中变异率 $F=0.5$,交叉概率 $P_{cr}=0.6$.
- (8)PSO 中 ω 从 0.9 线性下降到 0.4, $c_1=c_2=2$.
- (9)跨任务解迁移间隔: $g=10$;跨任务被迁移解个数: $q=10$.

MFEA 仅采用一个种群解决两个任务,所以 MFEA 最大代数是其他算法的两倍,同时,文献 [16]和[22]分别对 DE 和 PSO 算法参数进行设置,为了清晰地验证跨任务知识迁移的多任务优化算法的效果,本文不执行单独的局部搜索.

5.2 实验结果与分析

(1)解的质量

本文 MTO 算法、MFEA、GA 和 DE 算法在所有 MTO 基准上进行 20 次独立运行得到的平均目标值和标准偏差如表 2 所示.在表中,用粗体凸显出较好结果,采用置信水平为 95% 的

Wilcoxon 秩和检验法对实验结果进行检测,并分别用“+”和“-”表示本文的 MTO 算法显著优于、显著劣于 MFEA.

从表 2 可知,在 MTO 所有基准任务上,采用跨任务知识迁移的 MTO 算法的平均目标值要明显优于单一任务的 GA 和 DE 的平均目标值,而 GA 和 DE 是本文 MTO 算法的两个基本优化器,与单任务 GA 和 DE 算法的参数和运算符的配置相同.通过较好的实验结果证明了本文 MTO 算法能提高优化性能.

与 MFEA 相比,本文 MTO 算法在 18 个任务中有 13 个任务平均目标值的解质量都明显优于 MFEA.在 CI+HS 问题上的任务 T_2 和 PI+LS 上的两个任务中,本文 MTO 算法的解接近全局最优 0,而 MFEA 仅收敛到了局部最优. MFEA 和单任务 GA 采用相同的搜索机制,并通过概率遗传交叉进行跨任务知识迁移,所以实验对比结果进一步间接验证了本文提出的利用降噪自动编码器的 MTO 算法的有效性.

表 2 各算法在多任务单目标问题上平均目标值和标准偏差
Tab. 2 Averaged objective value and standard deviation obtained by algorithms on the multi-task single-objective problem

问题	任务	平均目标值和标准偏差			
		本文 MTO	MFEA	GA	DE
CI+HS	T_1	$1.20 \times 10^{-5} \pm 4.70 \times 10^{-5} +$	$3.65 \times 10^{-1} \pm 6.73 \times 10^{-2}$	$1.66 \times 10^{-1} \pm 4.37 \times 10^{-2}$	—
	T_2	$2.16 \times 10^{-2} \pm 8.54 \times 10^{-2} +$	$1.81 \times 10^2 \pm 4.67 \times 10^1$	—	$1.89 \times 10^2 \pm 5.40 \times 10^1$
CI+MS	T_1	$2.77 \times 10^{-1} \pm 5.18 \times 10^{-1} +$	$4.47 \times 10^0 \pm 7.16 \times 10^{-1}$	$3.12 \times 10^0 \pm 2.75 \times 10^{-1}$	—
	T_2	$1.37 \times 10^1 \pm 2.46 \times 10^1 +$	$2.19 \times 10^2 \pm 5.88 \times 10^1$	—	$1.78 \times 10^2 \pm 5.16 \times 10^1$
CI+LS	T_1	$2.10 \times 10^1 \pm 4.14 \times 10^{-1} -$	$2.02 \times 10^1 \pm 5.28 \times 10^{-2}$	$2.12 \times 10^1 \pm 3.95 \times 10^{-2}$	—
	T_2	$6.73 \times 10^3 \pm 9.17 \times 10^2 -$	$3.69 \times 10^3 \pm 6.11 \times 10^2$	—	$6.85 \times 10^3 \pm 8.35 \times 10^2$
PI+HS	T_1	$3.15 \times 10^1 \pm 5.54 \times 10^0 +$	$5.52 \times 10^2 \pm 9.41 \times 10^1$	$4.31 \times 10^2 \pm 6.32 \times 10^1$	—
	T_2	$1.74 \times 10^2 \pm 1.99 \times 10^2 -$	$8.37 \times 10^0 \pm 1.94 \times 10^0$	—	$3.06 \times 10^2 \pm 2.16 \times 10^2$
PI+MS	T_1	$1.77 \times 10^0 \pm 4.84 \times 10^{-1} +$	$3.65 \times 10^0 \pm 8.93 \times 10^{-1}$	$4.19 \times 10^0 \pm 2.98 \times 10^0$	—
	T_2	$1.57 \times 10^2 \pm 5.40 \times 10^1 +$	$6.80 \times 10^2 \pm 3.44 \times 10^2$	—	$3.36 \times 10^5 \pm 3.56 \times 10^5$
PI+LS	T_1	$2.30 \times 10^{-5} \pm 4.80 \times 10^{-5} +$	$2.00 \times 10^1 \pm 9.31 \times 10^{-2}$	$3.51 \times 10^0 \pm 5.84 \times 10^{-1}$	—
	T_2	$2.35 \times 10^{-3} \pm 3.93 \times 10^{-3} +$	$2.07 \times 10^1 \pm 2.93 \times 10^0$	—	$2.27 \times 10^0 \pm 1.07 \times 10^0$
NI+HS	T_1	$6.00 \times 10^1 \pm 2.96 \times 10^1 +$	$9.88 \times 10^2 \pm 6.85 \times 10^2$	$1.70 \times 10^3 \pm 1.35 \times 10^3$	—
	T_2	$2.84 \times 10^1 \pm 2.25 \times 10^1 +$	$2.56 \times 10^2 \pm 6.67 \times 10^1$	—	$1.91 \times 10^2 \pm 4.70 \times 10^1$
NI+MS	T_1	$8.07 \times 10^{-1} \pm 7.13 \times 10^{-2} -$	$4.31 \times 10^{-1} \pm 6.18 \times 10^{-2}$	$8.65 \times 10^{-1} \pm 8.12 \times 10^{-2}$	—
	T_2	$2.63 \times 10^0 \pm 5.15 \times 10^{-1} +$	$2.67 \times 10^1 \pm 3.45 \times 10^0$	—	$1.28 \times 10^1 \pm 1.87 \times 10^0$
NI+LS	T_1	$3.43 \times 10^1 \pm 5.84 \times 10^0 +$	$6.14 \times 10^2 \pm 1.17 \times 10^2$	$4.18 \times 10^2 \pm 8.92 \times 10^1$	—
	T_2	$7.08 \times 10^3 \pm 9.85 \times 10^2 -$	$3.69 \times 10^3 \pm 4.56 \times 10^2$	—	$6.59 \times 10^3 \pm 7.49 \times 10^2$

(2)收敛速度

为了进一步验证本文 MTO 算法的有效性,本节对采用优化器 GA 求解任务 T_1 、采用优化器 DE 求解任务 T_2 的迁移解及其平均收敛踪迹进行分析(其中任务 T_1 的迁移解是通过任务 T_2 的优化器 DE 进行迁移学习以优化任务 T_1 ,任务 T_2 的迁移解是通过任务 T_1 的优化器 GA 进行迁移学习以优化任务 T_2)。图 3 描绘了任务 T_1 中,本文 MTO 算法、MFEA 和 GA 的迁移解及其平均收敛踪迹。图 4 描绘了任务 T_2 中,本文 MTO 算法、MFEA 和 DE 算法的迁移解及其平均收敛踪迹。图中, F 表示平均目标值的对数, F_1 表示目标值; G 表示与平均目标值的对数或目标值相对应的代数。

从图 3 可以看出,尽管本文 MTO 算法和 MFEA 在进行跨任务知识迁移时与 GA 使用相同的基本优化器,但两个 MTO 算法的搜索过程明显快于单任务 GA。相比 MFEA,本文 MTO 算

法从任务 T_2 的优化器 DE 中学习的迁移解作用于任务 T_1 (参见图 3(d)10 代处,任务 T_1 从以 DE 为优化器的任务 T_2 中获得高质量的迁移解),并加速其收敛。对于图 3(c),尽管 MFEA 收敛到了质量较好的解,但本文 MTO 算法在其收敛速度上明显优于 MFEA。从图中可知,对所有任务 T_1 ,在迭代到 50 代之前,目标值开始明显下降。由于 DE 算法和 GA 使用不同的搜索机制,从图 4 可以看出,尽管 MFEA 拥有任务间的知识迁移,但其 DE 算法的收敛速度明显优于 MFEA。在任务 T_1 上,利用本文 MTO 算法,通过任务 T_2 的优化器 DE 和任务 T_1 的优化器 GA 间的跨任务知识迁移,能够提高任务 T_1 的优化器 GA 的优化性能,进而提高图 3 中任务 T_1 的搜索性能。此外,由于本文 MTO 算法采用 DE 作为任务 T_2 的基本优化器,从图 4 可以看出,在最初几次迭代中,其与 DE 算法具有相同的搜索速度。而本文 MTO 算法将从任务 T_1 的优化器 GA 中学习的迁移解作用

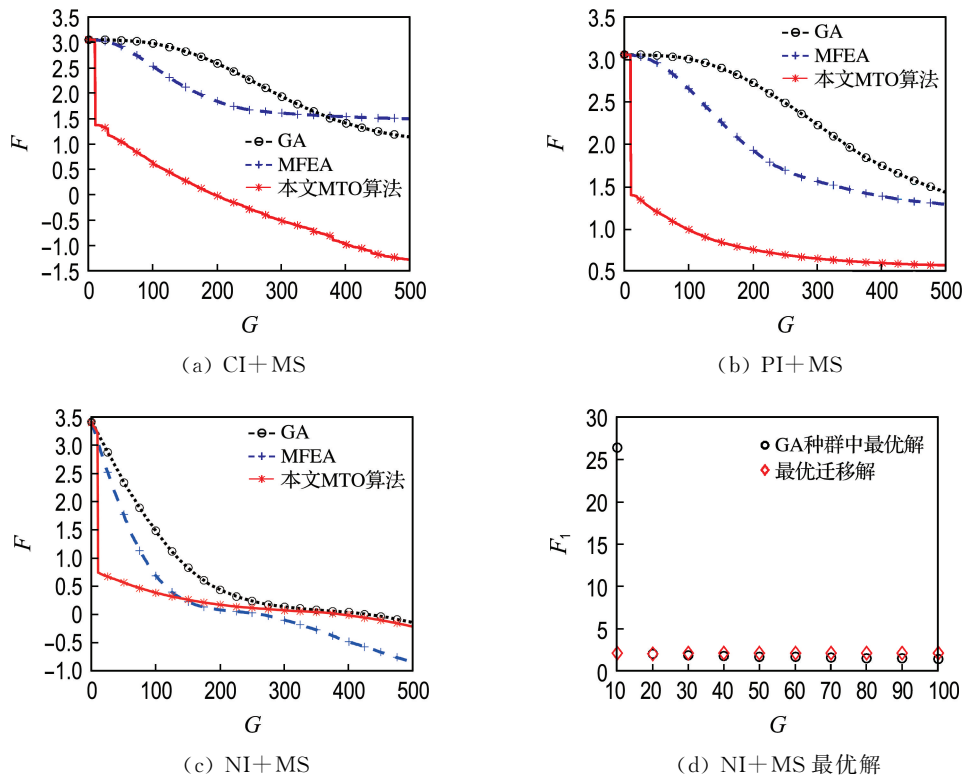


图 3 任务 T_1 上本文 MTO 算法、MFEA 和 GA 的迁移解和平均收敛踪迹

Fig. 3 The transferred solutions and average convergence traces of the proposed MTO algorithm, MFEA and GA in task T_1

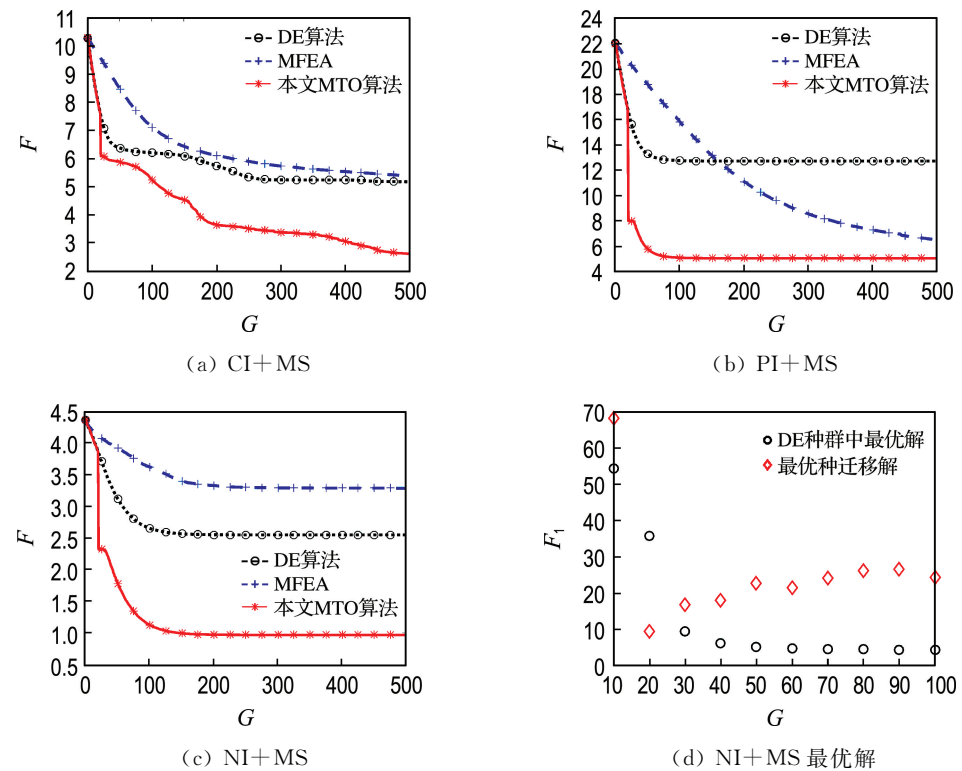


图 4 任务 T_2 上本文 MTO 算法、MFEA 和 DE 算法的迁移解和平均收敛踪迹

Fig. 4 The transferred solutions and average convergence traces of the proposed MTO algorithm, MFEA and DE algorithm in task T_2

于任务 T_2 的优化器 DE(参见图 4(d)20 代处,任务 T_2 从以 GA 为优化器的任务 T_1 中获得高质量的迁移解),从而极大加速提升 DE 在任务 T_2 上的优化性能。

(3)在多任务中的性能

将 MTO 基准中的 7 个函数分别作为任务 1~7 的 7 个任务,并利用本文 MTO 算法对其同时优化,采用 GA、DE 和 PSO 作为单任务优化器.此时的多任务优化问题相比两个任务的优化问题更为复杂,在此,重新设置跨任务解迁移间隔参数 $g=5$ 以增加跨任务知识共享频率.图 5 为本文 MTO 算法的加权任务选择、随机任务选择和

单任务优化的对比.

从图 5 可知,采用知识迁移的多任务优化算法对所有任务的优化性能要明显优于 3 个单任务优化算法,而单任务优化算法和多任务优化算法采用相同的基本搜索机制.多任务优化算法之所以取得较好优化性能是在于其任务和优化算法间迁移的有用信息.在优化过程的早期阶段,加权任务选择的本文 MTO 算法和随机任务选择的本文 MTO 算法二者优化性能的差异并不明显,但随着代数增加,加权任务选择的本文 MTO 算法能够选择适宜的任务进行知识共享,所以其在搜索速度和寻找高质量解方面都拥有更好性能.

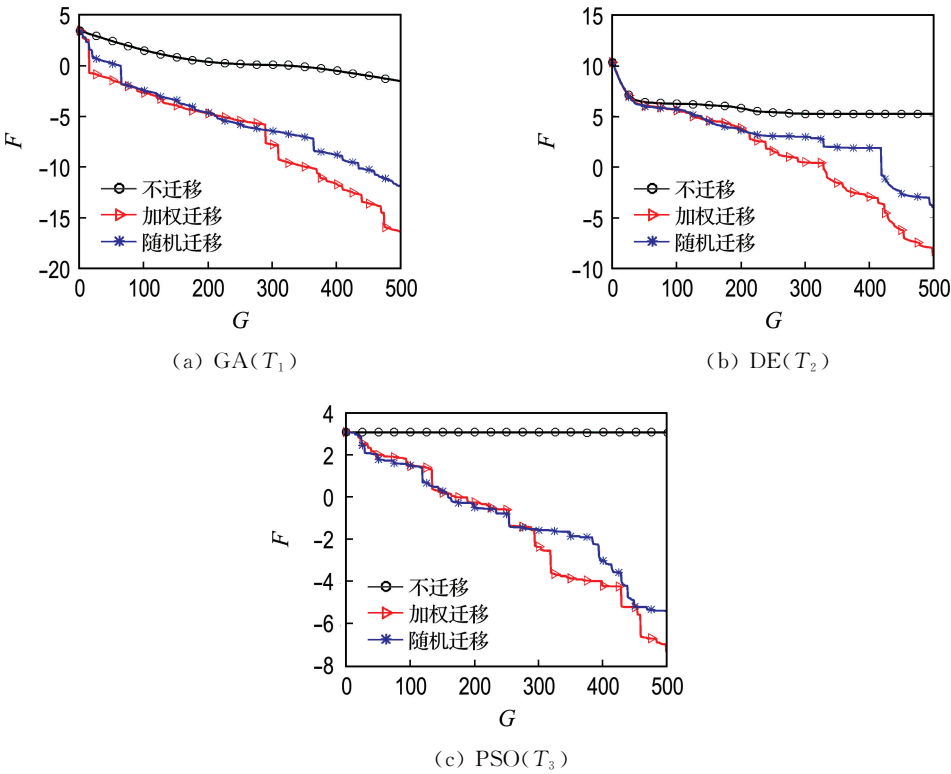


图 5 本文 MTO 算法的加权任务选择、随机任务选择和单任务优化的收敛踪迹

Fig. 5 The convergence traces of the proposed MTO algorithm with weighted task selection, random task selection and single-task optimization

6 结 语

本文基于降噪自动编码器提出了一种新的 MTO 算法,该算法在优化多任务中构建任务映射,进行知识迁移.相比常用降噪自动编码器,本文并未对降噪自动编码器的隐含观测测量进行学习,而是推导出了一类拥有闭式解的降噪自动编码器,并利用此降噪自动编码器连接不同的空间.

同时,本文提出的 MTO 算法采用基于种群的搜索算法作为基本优化算法,并详细研究了任务映射的学习和问题求解的知识迁移.最后,本文采用常用的 MTO 基准对 MTO 算法进行综合性实验,实验结果验证了本文 MTO 算法的有效性.从学习结果可以看出,任务间的关系、相似性等对多任务优化算法的性能可能存在一定的影响,在未

来的研究中,将继续针对任务间的关联性问题进行探索,并将采用多层降噪自动编码器学习MTO中非线性任务,以解决更复杂的优化问题。

参考文献:

- [1] 王彦,邓勇,王超. 基于改进粒子群算法的模糊神经网络PID控制器设计[J]. 控制工程, 2012, **19**(5):761-764.
WANG Yan, DENG Yong, WANG Chao. Fuzzy neural network PID controller design based on improved particle swarm optimization [J]. **Control Engineering of China**, 2012, **19**(5):761-764. (in Chinese)
- [2] 柴琴琴,林琼斌,林双杰. 基于快速粒子群算法的蒸发过程优化控制[J]. 过程工程学报, 2017, **17**(3):539-544.
CHAI Qinqin, LIN Qiongbina, LIN Shuangjie. Optimal control of an evaporation process using a fast particle swarm optimization algorithm [J]. **The Chinese Journal of Process Engineering**, 2017, **17**(3):539-544. (in Chinese)
- [3] 韩红桂,张璐,乔俊飞. 基于多目标粒子群算法的污水处理智能优化控制[J]. 化工学报, 2017, **68**(4):1474-1481.
HAN Honggui, ZHANG Lu, QIAO Junfei. Intelligent optimal control for wastewater treatment based on multi-objective particle swarm algorithm [J]. **CIESC Journal**, 2017, **68**(4):1474-1481. (in Chinese)
- [4] 张义花,许洪国,刘宏飞. 遗传算法优化的双挂汽车列车主动力矩控制[J]. 华南理工大学学报(自然科学版), 2017, **45**(4):112-117.
ZHANG Yihua, XU Hongguo, LIU Hongfei. Active torque control of tractor-trailer combination based on genetic algorithm optimization [J]. **Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)**, 2017, **45**(4):112-117. (in Chinese)
- [5] 王辉,王景良,朱龙彪,等. 基于改进蚁群算法的泊车系统路径规划[J]. 控制工程, 2018, **25**(2):253-258.
WANG Hui, WANG Jingliang, ZHU Longbiao, et al. Path planning of parking system based on improved ant colony algorithm [J]. **Control Engineering of China**, 2018, **25**(2):253-258. (in Chinese)
- [6] 胡伟,徐福缘. 基于改进粒子群算法的PID控制器参数自整定[J]. 计算机应用研究, 2012, **29**(5):1791-1794.
HU Wei, XU Fuyuan. Self-tuning of PID parameters based on improved particle swarm optimization [J]. **Application Research of Computers**, 2012, **29**(5):1791-1794. (in Chinese)
- [7] 杨智,陈志堂,范正平,等. 基于改进粒子群优化算法的PID控制器整定[J]. 控制理论与应用, 2010, **27**(10):1345-1352.
YANG Zhi, CHEN Zhitang, FAN Zhengping, et al. Tuning of PID controller based on improved particle-swarm-optimization [J]. **Control Theory & Applications**, 2010, **27**(10):1345-1352. (in Chinese)
- [8] 杨志刚,李艳姣,张杰. 蚁群算法PID控制器在磨机给矿控制中的应用[J]. 计算机测量与控制, 2014, **22**(5):1418-1421.
YANG Zhigang, LI Yanjiao, ZHANG Jie. Application of PID controller based on ant colony algorithm in grinding mill feed control [J]. **Computer Measurement & Control**, 2014, **22**(5):1418-1421. (in Chinese)
- [9] CARUANA R. Multitask learning [J]. **Machine Learning**, 1997, **28**(1):41-75.
- [10] ZHANG Yu, YEUNG D Y. Multi-task learning in heterogeneous feature spaces [C] // **AAAI-11/IAAI-11 - Proceedings of the 25th AAAI Conference on Artificial Intelligence and the 23rd Innovative Applications of Artificial Intelligence Conference**. San Francisco: AI Access Foundation, 2011: 574-579.
- [11] ZHANG Yu, YEUNG D Y. A convex formulation for learning task relationships in multi-task learning [C] // **Proceedings of the 26th Conference on Uncertainty in Artificial Intelligence, UAI 2010**. Arlington: AUAI Press, 2010: 733-742.
- [12] ZHANG Wenlu, LI Rongjian, ZENG Tao, et al. Deep model based transfer and multi-task learning for biological image analysis [C] // **KDD 2015 - Proceedings of the 21st ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery and Data Mining**. Sydney: Association for Computing Machinery, 2015: 1475-1484.
- [13] LI Sijin, LIU Zhiqiang, CHAN A B. Heterogeneous multi-task learning for human pose

- estimation with deep convolutional neural network [J]. **International Journal of Computer Vision**, 2015, **113**(1):19-36.
- [14] GUPTA A, ONG Y S, FENG Liang. Multifactorial evolution: Toward evolutionary multitasking [J]. **IEEE Transactions on Evolutionary Computation**, 2016, **20**(3):343-357.
- [15] SWERSKY K, SNOEK J, ADAMS R P. Multi-task Bayesian optimization [J]. **Advances in Neural Information Processing Systems**, 2013:2004-2012.
- [16] STORN R, PRICE K. Differential evolution-a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces [J]. **Journal of Global Optimization**, 1997, **11**(4):341-359.
- [17] MITCHELL M. **An Introduction to Genetic Algorithms** [M]. Cambridge: MIT Press, 1998.
- [18] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization [C] // **Proceedings of the 1995 IEEE International Conference on Neural Networks**. Perth: IEEE, 1995: 1942-1948.
- [19] VINCENT P, LAROCHELLE H, BENGIO Y, *et al.* Extracting and composing robust features with denoising autoencoders [C] // **ICML 2008 - Proceedings, 25th International Conference on Machine Learning**. Helsinki: Association for Computing Machinery, 2008: 1096-1103.
- [20] BISHOP C M. **Pattern Recognition and Machine Learning** [M]. New York: Springer, 2016.
- [21] DA Bingshui, ONG Y S, FENG Liang, *et al.* Evolutionary multitasking for single-objective continuous optimization: Benchmark problems, performance metrics and baseline results [EB/OL]. [2017-06-12]. <https://arxiv.org/pdf/1706.03470.pdf>.
- [22] QIN A K, SUGANTHAN P N. Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization [C] // **2005 IEEE Congress on Evolutionary Computation, IEEE CEC 2005, Proceedings**. Edinburgh: IEEE Computer Society, 2005:1785-1791.

Multi-task optimization algorithm based on denoising auto-encoder

SHANG Qingxia, ZHOU Lei, FENG Liang*

(College of Computer Science, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Inspired by the remarkable ability of human learning which is able to perform multiple tasks simultaneously and apply the knowledge gained from one task to help another, multi-task learning (MTL) has been proposed and well-studied in the literature. With similar motivation as MTL, multi-task optimization (MTO) has recently been proposed as a new algorithm for optimization. In contrast to the traditional single-task optimization algorithm, MTO conducts the optimization process on multiple problems simultaneously. It aims to improve MTO performance across multiple problems by seamlessly transferring knowledge between them online. A new MTO algorithm is proposed based on denoising auto-encoder. A denoising auto-encoder is derived for building mappings across closed-form solution, thus making the proposed MTO algorithm be able to use the search preferences induced by different single-task optimization. To evaluate the validity of the proposed algorithm, comprehensive empirical studies on complex MTO benchmark sets have been presented.

Key words: multi-task optimization (MTO); multi-task learning (MTL); denoising auto-encoder; single-task optimization; population-based search algorithm