

具预警状态的两相同部件并联冗余可修复系统可靠度研究

周 莉^{*1}, 魏连锁², 芦雪娟¹

(1. 齐齐哈尔大学 理学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006;

2. 齐齐哈尔大学 计算机与控制工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006)

摘要: 研究了具有预警状态的两相同部件并联冗余可修复系统的可靠度. 可修复系统的可靠度是指系统在规定条件下和时间内完成规定功能的概率. 利用泛函分析理论及 c_0 半群理论将原系统的偏微分、积分方程组转化成 Banach 空间中抽象的 Cauchy 问题, 得到系统的瞬态可靠度和稳态可用度; 并证明了该系统具有可靠性和零状态可控性. 最后利用 Maple 软件模拟出系统瞬态可靠度和稳态可用度相应的图形. 结果表明: 数值模拟和数值计算所得的结论和上述理论证明的结果是一致的, 从而可以为两相同部件并联等一类可修复系统的最优控制研究提供参考依据.

关键词: 预警状态; 可修复系统; 可靠度; 数值计算

中图分类号: TP391.9

文献标识码: A

doi: 10.7511/dllgxb202003014

0 引言

具有预警功能的两相同部件并联冗余系统是一种可修复系统. 可修复系统是可靠性数学研究的主要对象之一^[1]. 可修复系统的可靠度问题为数学、运筹学等学科提供了许多新的发展领域, 同时以系统的可靠度^[2-3]为研究背景也诞生了许多新的数学理论和方法. 周莉等^[4-5]应用半离散算法将可修复系统转化为半离散化系统, 分别对其系统的数值解进行了研究. 文献[6]将算子半群理论应用到可修复系统中, 证明了一类两相同部件并联可修系统的算子生成一个 c_0 半群. 文献[7]中将一类两相同部件并联可修系统的方程转化为 Volterra 积分方程, 得到系统的强解. 如今, 为了提高可修复系统的可靠度常常在系统中引入冗余部件储备系统或预警系统, 如文献[8-14]对冗余部件储备系统中发生的常规故障进行了可靠性分析, 文献[15-17]对具有预警功能的可修复系统进行了研究. 那么是否能将两者结合即将预警系统和冗余部件储备系统同时应用到可修复系统中

呢? 在文献[18]中, 陆世炎等通过选取适当的状态空间、定义范数和系统算子得到了具有 mild 解的模型系统. 本文在文献[18]的基础上假设故障率和修复率函数为常数, 通过泛函分析等理论, 将该模型系统转化为 Banach 空间中抽象的 Cauchy 问题, 利用微分方程及代数理论证明该系统的可靠性和零状态的可控性, 从而达到对系统可靠度的研究.

1 模型介绍

两相同部件并联冗余可修复系统的状态转移图见图 1.

由文献[18]知

状态 0: 两个部件正常工作;

状态 1: 一个部件因硬件原因故障, 另一部件正常工作;

状态 c : 预警状态, 系统由于常规原因故障, 但仍能工作;

状态 2: 系统因硬件原因故障;

状态 3: 系统因常规原因故障.

收稿日期: 2019-12-15; 修回日期: 2020-03-10.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(11771374, 61571150); 黑龙江省自然科学基金资助项目(LH2019F037, F2017029).

作者简介: 周 莉^{*}(1976-), 女, 硕士, 副教授, E-mail: 13796881349@139.com; 魏连锁(1975-), 男, 博士, 教授, E-mail: wlsaaaaa@163.com; 芦雪娟(1979-), 女, 博士, 讲师, E-mail: lujuan02@163.com.

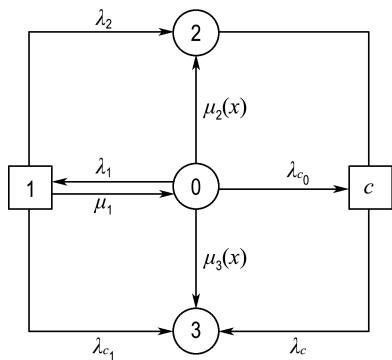


图 1 两相同部件并联冗余可修复系统模型

Fig. 1 Parallel redundant repairable system model with the two identical units

该系统模型可有积分-微分方程组, 表示如下:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_{c_0})p_0(t) + \mu_1 p_1(t) + \sum_{j=2}^3 \int_0^\infty p_j(x, t) \mu_j(x) dx \quad (1)$$

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = \lambda_1 p_0(t) - (\lambda_2 + \lambda_{c_1} + \mu_1) p_1(t) \quad (2)$$

$$\frac{dp_c(t)}{dt} = \lambda_{c_0} p_0(t) - \lambda_c p_c(t) \quad (3)$$

$$\frac{\partial p_j(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial p_j(x, t)}{\partial t} = -\mu_j(x) p_j(x, t); j = 2, 3 \quad (4)$$

$$p_2(0, t) = \lambda_2 p_1(t) \quad (5)$$

$$p_3(0, t) = \lambda_c p_c(t) + \lambda_{c_1} p_1(t) \quad (6)$$

$$p_0(0) = 1 \quad (7)$$

$$p_1(0) = p_c(0) = p_2(x, 0) = p_3(x, 0) = 0 \quad (8)$$

式中: $p_j(t)$ 为 t 时刻系统处于状态 j 的概率, $j = 0, 1, c$; $p_j(x, t)$ 为 t 时刻系统处于状态 j 且修复时间为 x 的概率, $j = 2, 3$; $\mu_j(x)$ 为系统处于状态 j ($j = 2, 3$) 且已修复的时间依赖修复率; λ_1 为状态 0 到 1 的常规故障率; λ_2 为状态 1 到 2 的常规故障率; λ_{c_0} 为状态 0 到 c 的常规故障率; λ_{c_1} 为状态 1 到 3 的常规故障率; λ_c 为状态 c 到 3 的常规故障率; μ_1 为状态 1 到 0 的定常修复率.

2 系统的可靠性

可修复系统模型的重要内容之一就是系统的可靠性. 在上述系统(1)~(8)中, $p_0(t)$ 表示两个部件在 $t = 0$ 时刻都完好且能正常工作的概率,

$p_0(t)$ 越大说明系统越接近正常工作, 因而 $p_0(t)$ 是影响系统可靠性的重要因素之一.

定义 1 $p_0(t)$ 称作系统(1)~(8)的瞬态可靠性.

定义 2 如果 $\lim_{t \rightarrow \infty} p_0(t) = p_0^*$ 存在, 则称 p_0^* 为系统(1)~(8)的稳态可用度.

定义 3 如果 $p_0(t) \geq p_0^*$, 则称系统(1)~(8)具有可靠性.

定理 1 当故障率和修复率均为常数时系统(1)~(8)具有可靠性.

证明 设

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_{c_0} = \lambda_{c_1} = \lambda \quad (9)$$

$$\mu_1 = \mu_2(x) = \mu_3(x) = \mu \quad (10)$$

同时令

$$\int_0^\infty p_j(x, t) dx = p_j(t); j = 2, 3 \quad (11)$$

则由系统(1)~(8)的实际物理背景有 $\sum_{j=0}^3 p_j(t) = 1$, 且系统可转化为一个常微分方程组:

$$\frac{dp_0(t)}{dt} = -(2\lambda + \mu)p_0(t) + \mu \quad (12)$$

$$\frac{dp_1(t)}{dt} = \lambda p_0(t) - (2\lambda + \mu)p_1(t) \quad (13)$$

$$\frac{dp_c(t)}{dt} = \lambda p_0(t) - \lambda p_c(t) \quad (14)$$

$$\frac{dp_2(t)}{dt} = \lambda p_1(t) - \mu p_2(t) \quad (15)$$

$$\frac{dp_3(t)}{dt} = \lambda p_c(t) + \lambda p_1(t) - \mu p_3(t) \quad (16)$$

此时, 如果令

$$\mathbf{P}(t) = (p_0(t) \quad p_1(t) \quad p_c(t))^T,$$

$$\boldsymbol{\mu} = (\mu \quad 0 \quad 0)^T,$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} -(2\lambda + \mu) & 0 & 0 \\ \lambda & -(2\lambda + \mu) & 0 \\ \lambda & 0 & -\lambda \end{pmatrix}$$

则系统(1)~(8)的前 3 个方程可以转化为抽象 Cauchy 问题:

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \mathbf{A}\mathbf{P}(t) + \boldsymbol{\mu} \quad (17)$$

$$\mathbf{P}(0) = (1 \quad 0 \quad 0)^T$$

下面利用微分方程理论求系统(17)的解.

步骤 1 求矩阵 $\mathbf{A}$ 的所有特征值, 根据文献 [19], 令

$$\det(r\mathbf{E}-\mathbf{A})=\begin{vmatrix} r+(2\lambda+\mu) & 0 & 0 \\ -\lambda & r+(2\lambda+\mu) & 0 \\ -\lambda & 0 & r+\lambda \end{vmatrix}=0 \quad (18)$$

即 $(r+2\lambda+\mu)^2(r+\lambda)=0$, 则矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征值为 $r_1=r_2=-2\lambda-\mu, r_3=-\lambda$.

步骤2 求 $\mathbf{e}^{\mathbf{A}t}$, 由文献[9]有

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}t}=q_1(t)\mathbf{Q}_0+q_2(t)\mathbf{Q}_1+q_3(t)\mathbf{Q}_2 \quad (19)$$

其中

$$\mathbf{Q}_0=\mathbf{E}, \mathbf{Q}_1=-(r_1\mathbf{E}-\mathbf{A}), \mathbf{Q}_2=(\mathbf{A}-r_2\mathbf{E})\mathbf{Q}_1 \quad (20)$$

且

$$\begin{aligned} q_1(t) &= e^{r_1 t} \\ q_2(t) &= \int_0^t e^{r_2(t-s)} q_1(s) ds \\ q_3(t) &= \int_0^t e^{r_3(t-s)} q_2(s) ds \end{aligned} \quad (21)$$

将式(20)、(21)代入式(19)中整理得

$$\mathbf{e}^{\mathbf{A}t}=\begin{pmatrix} e^{-(2\lambda+\mu)t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-(2\lambda+\mu)t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-\lambda t} \end{pmatrix} \quad (22)$$

步骤3 求 $\mathbf{A}^{-1}$. 由线性代数知识, 易求 $\mathbf{A}$ 的逆矩阵 $\mathbf{A}^{-1}$, 即

$$\mathbf{A}^{-1}=\begin{pmatrix} -\frac{1}{2\lambda+\mu} & 0 & 0 \\ -\frac{\lambda}{(2\lambda+\mu)^2} & -\frac{1}{2\lambda+\mu} & 0 \\ -\frac{1}{2\lambda+\mu} & 0 & -\frac{1}{\lambda} \end{pmatrix} \quad (23)$$

步骤4 求系统(17)的解, 由文献[9], 有

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(t) &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\mathbf{P}(0) + \int_0^t \mathbf{e}^{\mathbf{A}(t-s)}\mu ds = \\ &= \mathbf{e}^{\mathbf{A}t}\mathbf{P}(0) - \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{E} - \mathbf{e}^{\mathbf{A}t})\mu \end{aligned} \quad (24)$$

将式(22)、(23)代入式(24)并整理得

$$\mathbf{P}(t)=\begin{pmatrix} \frac{\mu}{2\lambda+\mu} + \frac{2\lambda}{2\lambda+\mu}e^{-(2\lambda+\mu)t} \\ \frac{\lambda\mu}{(2\lambda+\mu)^2} - \frac{\lambda\mu}{2\lambda+\mu}e^{-(2\lambda+\mu)t} \\ \frac{\mu}{2\lambda+\mu} - \frac{\mu}{2\lambda+\mu}e^{-(2\lambda+\mu)t} \end{pmatrix} \quad (25)$$

于是系统(1)~(8)的瞬态可靠度为

$$p_0(t) = \frac{\mu}{2\lambda+\mu} + \frac{2\lambda}{2\lambda+\mu}e^{-(2\lambda+\mu)t} \quad (26)$$

进而由定义2, 系统(1)~(8)的稳态可用度

为

$$p_0^* = \lim_{t \rightarrow \infty} p_0(t) = \frac{\mu}{2\lambda+\mu} \quad (27)$$

综上所述讨论, 显然 $p_0(t) \geq p_0^*$.

因此由定义3得系统(1)~(8)具有可靠性.

3 系统零状态的可控性

利用泛函分析中的方法通过寻找一个控制元来讨论 $p_0(t)$ 的可控性, 使在某个有限时刻能够转移到指定的状态, 其中

$$\begin{aligned} U &= \{ \mu(x) \mid \mu(x) = (\mu_2(x), \mu_3(x)) \in \\ &L^\infty[0, \infty) \times L^\infty[0, \infty), \\ &0 \leq \mu_j(x) < \infty \} \\ M &= \sup_{x \in [0, \infty)} \mu_j(x) < \infty \\ \int_0^\infty \mu_j(x) dx &= \infty, j=2, 3 \end{aligned}$$

称 U 为容许控制集.

定理2 设故障率 $\lambda_1=\lambda_2=\lambda_{c_0}=\lambda_{c_1}=\lambda$, 修复率 $\mu_1=\mu_2(x)=\mu_3(x)=\mu$, 设 η 为系统在有限时刻 $T(T>0)$ 期望达到的状态概率, 且满足 $e^{-2\lambda T} < \eta < 1$, 则存在 $\mu^* \in U$ 使得 $p_0(T)=\eta$.

证明 由式(26)有

$$p_0(T) = \frac{\mu}{2\lambda+\mu} + \frac{2\lambda}{2\lambda+\mu}e^{-(2\lambda+\mu)T} \quad (28)$$

将 $p_0(T)$ 视为变量 μ 的函数, 得

$$\frac{dp_0(T)}{d\mu} = \frac{2\lambda}{(2\lambda+\mu)^2} - \frac{2\lambda}{(2\lambda+\mu)^2} \times e^{-(2\lambda+\mu)T} [1 + (2\lambda+\mu)T] \quad (29)$$

因为

$$e^x > x+1, x > 0$$

所以

$$e^{(2\lambda+\mu)T} > 1 + (2\lambda+\mu)T$$

因此有

$$\frac{dp_0(T)}{d\mu} \geq \frac{2\lambda}{(2\lambda+\mu)^2} - \frac{2\lambda}{(2\lambda+\mu)^2} \times e^{-(2\lambda+\mu)T} e^{(2\lambda+\mu)T} = 0$$

此式表明 $p_0(T)$ 是关于变量 μ 的单调递减函数, 注意到 $\lim_{\mu \rightarrow 0} p_0(T) = e^{-2\lambda T}$, $\lim_{\mu \rightarrow \infty} p_0(T) = 1$, 因此对于任意 $\eta: e^{-2\lambda T} < \eta < 1$, 由介值性定理知, 存在 $\mu^* \in U$, 使得

$$p_0(T) = \eta \quad (30)$$

以上证明了系统的零状态 $p_0(t)$ 是可控的.

4 数值模拟

4.1 系统的可靠性

假设 $\lambda = 0.25, \mu = 0.75$, 利用 Maple 数学软件得到瞬态可靠度和稳态可用度图形如图 2、3 所示.

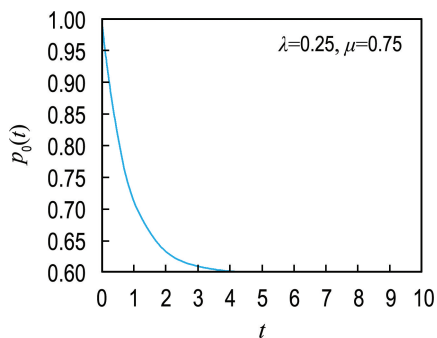


图 2 系统瞬态可靠度

Fig. 2 Transient reliability of system

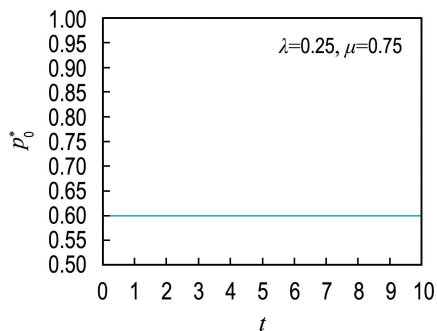


图 3 系统稳态可用度

Fig. 3 Steady-state availability of system

将 $p_0(t)$ 和 p_0^* 的图形放在一起可比较系统瞬态可靠度 $p_0(t)$ 和系统稳态可用度 p_0^* .

4.2 系统的可控性

下面用数值模拟的方法验证, 由式(28), 如果将 $p_0(T)$ 视为变量 μ 的函数 $p_0(T, \mu)$, 并且取 $\lambda = 0.25, T = 40$, 则利用 Maple 数学软件可以得 $p_0(T, \mu)$ 的图形, 如图 4 所示, 可知

- (1) $p_0(T, \mu)$ 是关于变量 μ 的单调递增函数;
- (2) $\lim_{\mu \rightarrow \infty} p_0(T, \mu) = 1, \lim_{\mu \rightarrow 0} p_0(T, \mu) = 0$;
- (3) 对于任意存在的 η 使得 $0 < \eta < 1$ 存在 $\mu > 0, p_0(T, \mu) = \eta$

利用 Maple 数学软件编写程序, 建立 η 与 μ 的对应关系, 其结果如表 1 所示.

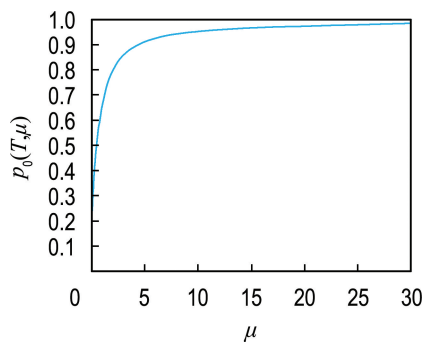


图 4 $p_0(T, \mu)$ 的模拟图

Fig. 4 Simulation diagram of $p_0(T, \mu)$

表 1 η 与 μ 的对应关系

Tab. 1 Corresponding relation of η and μ

η	μ
0.1	0.055 6
0.2	0.125 0
0.3	0.214 3
0.4	0.333 3
0.5	0.500 0
0.6	0.750 0
0.7	1.166 7
0.8	2.000 0
0.9	4.500 0

上述数值模拟结果表明: 在函数 $p_0(t) = \frac{\mu}{2\lambda + \mu} + \frac{2\lambda}{2\lambda + \mu} e^{-(2\lambda + \mu)t}$ 中取某一时刻 $t = T$ 时, 即 $p_0(T) = \frac{\mu}{2\lambda + \mu} + \frac{2\lambda}{2\lambda + \mu} e^{-(2\lambda + \mu)T}$ 中, 当 $\lambda = 0.25, T = 40$ 时, 将 $p_0(T)$ 视为变量 μ 的函数, 可以使得 $p_0(t)$ 在某个有限时刻 $T (T > 0)$ 转移到所期望的状态 $p_0(T) = \eta$, 因此状态 $p_0(t)$ 是可控的.

5 结 语

本文利用数值计算和数值模拟的方法对系统的可靠性和可控性进行了数值实验. 模拟结果表明, 假设故障率为 λ , 修复率为 μ , 使得系统瞬态可靠度满足 $p_0(t) > p_0^*$, 系统(1)~(8)具有可靠性. 该结论与定理 1 的证明是一致的. 虽然当 $\mu \rightarrow 0$ 时 $p_0(T, \mu) \rightarrow 0$, 而实际当 $\lambda = 0.25, T = 40$ 时 $\lim_{\mu \rightarrow 0} p_0(T, \mu) = e^{-20} \neq 0$. 这说明其绝对误差值趋

近于零,不影响整个问题的讨论.因此,利用同样的方法证明 $p_1(t) \sim p_3(t)$ 均是可控的.最后可以得出系统(1)~(8)是可控的.

参考文献:

- [1] 曹晋华,程 侃. 可靠性数学引论 [M]. 2 版. 北京: 高等教育出版社, 2012.
CAO Jinhua, CHENG Kan. **Introduction to Reliability Mathematics** [M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2012. (in Chinese)
- [2] WANG Guanjun, ZHANG Yuanlin. Optimal replacement policy for a two-dissimilar-component cold standby system with different repair actions [J]. **International Journal of Systems Science**, 2016, **47**(5): 1021-1031.
- [3] WU Bei, CUI Lirong. Reliability of repairable multi-state two-phase mission systems with finite number of phase switches [J]. **Applied Mathematical Modelling**, 2020, **77**: 1229-1241.
- [4] 周 莉. 两相同部件并联可修系统解研究 [J]. 大连理工大学学报, 2018, **58**(6): 649-654.
ZHOU Li. Study of solutions of two parallel repairable system with same components [J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2018, **58**(6): 649-654. (in Chinese)
- [5] 周 莉,芦雪娟,王伟华. 具有两种修复方法的可修复系统解研究 [J]. 大连理工大学学报, 2017, **57**(4): 424-429.
ZHOU LI, LU Xuejuan, WANG Weihua. Study of solution of repairable system with two types of repair facilities [J]. **Journal of Dalian University of Technology**, 2017, **57**(4): 424-429. (in Chinese)
- [6] 艾尼·吾甫尔. 一类两个相同部件并联的可修系统的适定性 [J]. 应用泛函分析学报, 2001, **3**(2): 188-192.
GUPUR Geni. The well-posedness of a system consisting of two repairable unit [J]. **Acta Analysis Functionalis Applicata**, 2001, **3**(2): 188-192. (in Chinese)
- [7] 郭卫华. 一类两个相同部件并联可修系统解的存在性和唯一性 [J]. 数学的实践与认识, 2002, **32**(4): 632-634.
GUO Weihua. The existence and uniqueness of a parallel repairable system with two same parts [J]. **Mathematics in Practice and Theory**, 2002, **32**(4): 632-634. (in Chinese)
- [8] 李 东,杨文泉,郑 福. 具有两类修复设备的可修系统的可靠性分析 [J]. 渤海大学学报(自然科学版), 2008, **29**(4): 346-349.
LI Dong, YANG Wenquan, ZHENG Fu. Reliability analysis to repairable system with two types of repair facilities [J]. **Journal of Bohai University (Natural Science Edition)**, 2008, **29**(4): 346-349. (in Chinese)
- [9] GUO Yunfei, YIN Zhe, GAO Chao, *et al.* Reliability analysis of a parallel redundant repairable system with human error [J]. **Journal of Systems Science and Information**, 2010, **8**(1): 11-14.
- [10] XU Houbao, YU Jingyuan, ZHU Guangtian. Asymptotic property of a repairable multi-state device [J]. **Quarterly of Applied Mathematics**, 2005, **63**(4): 779-789.
- [11] 张玉峰,乔 兴. 在常规故障和临界人为错误条件下具有易损坏储备部件复杂系统的可靠性分析 [J]. 数学的实践与认识, 2005, **35**(7): 195-206.
ZHANG Yufeng, QIAO Xing. Reliability analysis of a complex system with a deteriorating standby unit under common-cause failure and critical human error [J]. **Mathematics in Practice and Theory**, 2005, **35**(7): 195-206. (in Chinese)
- [12] HU Weiwei, XU Houbao, YU Jingyuan, *et al.* Exponential stability of a repairable multi-state device [J]. **Journal of System Science and Complexity**, 2007, **20**(3): 437-443.
- [13] GUO Lina, XU Houbao, GAO Chao, *et al.* Stability analysis of a new kind series system [J]. **IMA Journal of Applied Mathematics**, 2010, **75**(3): 439-460.
- [14] 许 晖,李 东. 具有易损坏储备部件复杂可修系统解的半离散化 [J]. 数学的实践与认识, 2005, **35**(12): 149-156.
XU Hui, LI Dong. The semi-discretization of a complex system with a deteriorating standby unit [J]. **Mathematics in Practice and Theory**, 2005, **35**(12): 149-156. (in Chinese)
- [15] 乔 兴. 具有预警功能的四类故障可修复系统主算子的性质 [J]. 数学的实践与认识, 2018, **48**(3):

- 247-254.
- QIAO Xing. Properties of the system main operator of a repairable system with four type of failures [J]. **Mathematics in Practice and Theory**, 2018, **48**(3): 247-254. (in Chinese)
- [16] 刘东旭, 王兰豪, 贾 瑶, 等. 具预警状态的单模块可修复系统的指数稳定性 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2018, **39**(7): 954-958.
- LIU Dongxu, WANG Lanhao, JIA Yao, *et al.* Exponential stability of single-module repairable system with warning state [J]. **Journal of Northeastern University (Natural Science)**, 2018, **39**(7): 945-958. (in Chinese)
- [17] 高 超, 朱广田. 具有预警功能的可修复系统 [J]. 应用泛函分析学报, 2011, **13**(1): 19-29.
- GAO Chao, ZHU Guangtian. Repairable system with warning function [J]. **Acta Analysis Functionalis Applicata**, 2011, **13**(1): 19-29. (in Chinese)
- [18] 陆世炎, 张玉峰. 常规故障具预警功能的两相同部件并联冗余可修复系统 [J]. 数学的实践与认识, 2012, **42**(2): 153-163.
- LU Shiyan, ZHANG Yufeng. Two identical units parallel redundant system with warning function in the common-cause failure [J]. **Mathematics in Practice and Theory**, 2012, **42**(2): 153-163. (in Chinese)
- [19] LIU Dongxue, SUN Shuyao. Exponential stability of the solution of single-component repairable system with an identical cold-standby component [J]. **Scientific Journal of Control Engineering**, 2015, **5**(5): 57-62.

Study of reliability of parallel redundant repairable system with two identical components under early warning state

ZHOU Li^{*1}, WEI Liansuo², LU Xuejuan¹

(1. College of Science, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China;

2. College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Qiqihar 161006, China)

Abstract: The reliability of parallel redundant repairable system with two identical components under early warning state is studied. The reliability of the repairable system refers to the probability that the system completes the specified function under the specified conditions and time. The functional analysis theory and c_0 semi-group theory are used to transform the partial differential and integral equations of the original system into abstract Cauchy problems in Banach space, then the transient reliability and steady-state availability of the system are obtained. And it is proved that the system has reliability and zero state controllability. Finally, the corresponding diagrams of the transient reliability and steady-state availability of the system are simulated by Maple software. The results show that the conclusions obtained by numerical simulation and numerical calculation are consistent with the results proved by the above theory. It can provide reference for the study of the optimal control of a kind of repairable system such as parallel connection of two identical parts.

Key words: warning state; repairable system; reliability; numerical calculation