

基于特征值拟合优度的频谱感知算法研究

李贺, 赵文静, 罗雪松, 刘畅, 邹德岳, 金明录*

(大连理工大学信息与通信工程学院, 辽宁大连 116024)

摘要: 现代拟合优度频谱感知算法直接采用信号的样本或能量作为拟合统计量,对独立的接收信号表现出良好的检测性能,对相关信号则表现不出令人满意的效果.基于最大特征值的拟合优度频谱感知算法可表现出更好的检测性能,但是基于最大特征值的拟合优度算法是半盲检测算法,需要已知噪声的功率,这在实际应用中是难以实现的.为此,提出了新的基于最大最小特征值的全盲拟合优度频谱感知算法.同时基于随机矩阵理论成果,推导分析了新算法的检测概率、虚警概率和判决门限.实验结果表明,新算法有效克服了噪声不确定性问题,相对于其他拟合优度检测算法性能有所提升.

关键词: 认知无线电; 频谱感知; 拟合优度检验; 特征值

中图分类号: TP914

文献标识码: A

doi: 10.7511/dllgxb202006011

0 引言

随着无线宽带和多媒体用户市场的迅速扩大以及高数据速率的应用,固定的频谱分配策略导致的可用频谱资源使用效率低和频谱资源匮乏给无线通信网络 5G 甚至是 6G 带来了很大挑战. 认知无线电作为 5G 关键技术,允许次用户使用授权主用户的空闲频谱进行机会通信,这是缓解频谱资源紧缺的一项有前途的技术^[1]. 频谱感知是认知无线电技术的一项基本任务,它的目的是在特定地理维度获取授权频谱使用和主用户存在的认知信息. 当主用户处于激活状态时,认知用户必须以较高的概率检测到主用户的存在,并在一定时间内清空信道或降低传输功率. 然而,错综复杂的实际场景给频谱感知带来了很大挑战,也促进了认知无线电技术的不断发展^[2-4].

在过去的 10 年中,人们提出了许多频谱感知算法. 在这些算法中,因计算复杂度低和硬件实现简单,能量检测(energy detection, ED)算法得到较为广泛的使用^[5]. 能量检测算法不需要知道主用户信号参数特征信息,对独立同分布(i. i. d)信

号检测具有最优检测性能,但对相关信号的检测性能较差. 为了克服能量检测算法的这一缺点, Zeng 等^[6]提出了基于样本协方差矩阵最大特征值检测(maximum eigenvalue detection, MED)算法. 由于协方差矩阵能够捕获信号样本间的相关性,该算法对相关信号的检测优于传统能量检测算法. MED 算法也被应用于其他场景,并获得了较好的检测性能^[7-9].

ED 算法和 MED 算法不需要已知信号的先验信息,但都需要已知噪声功率作为检测前提. 在实际系统中,噪声随时间的变化而变化,导致了信噪比墙现象的存在和虚警概率的增加. 为此,人们广泛研究了不需要已知噪声功率的全盲检测算法,包括最大最小特征值检测(maximum-minimum eigenvalue, MME)^[10]、算数几何平均算法检测^[11]和特征值加权检测^[12]. 使用所有特征值的检测算法在矩阵维数较大的情况下具有较高的计算复杂度,因此需要采用最大最小特征值的频谱检测算法. 在这些基于特征值的检测算法中, MME 算法检测效果相对较好且具有较低的计算复杂度.

收稿日期: 2020-03-10; 修回日期: 2020-09-11.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61701072).

作者简介: 李贺(1983-),男,博士生, E-mail: aboutlike@gmail.com; 赵文静(1990-),女,博士生, E-mail: wenjingzhao2015@mail.dlut.edu.cn; 罗雪松(1996-),男,硕士生, E-mail: 1360633594@mail.dlut.edu.cn; 刘畅(1988-),男,博士生, E-mail: liuchang123@mail.dlut.edu.cn; 邹德岳(1986-),男,博士,副教授, E-mail: zoudeyue@dlut.edu.cn; 金明录*(1958-),男,博士,教授,博士生导师, E-mail: mljin@dlut.edu.cn.

另一方面,频谱感知可以表述为一种拟合优度(goodness-of-fit, GoF)检测问题^[13],它不需要主用户信号的任何先验信息,只需要已知噪声的统计分布,通过检验观测到的样本是否服从该噪声分布来进行判决.在 GoF 理论框架下,人们提出了许多检测算法,如 Anderson-Darling(AD)检测^[14]、单边右尾 AD (unilateral righthead Anderson-Darling, URAD) 检测^[15-17]、Cramer von Mises(CM)检测^[14]和 Kolmogorov-Smirnov (KS)检测^[18].对于拟合优度检测问题,人们研究的关注点在于拟合度和拟合统计量.

这些已有的算法大多以信号样本或能量作为拟合统计量,在检测动态相关信号时,性能会急剧下降.如果利用基于特征值的统计量来捕获信号的相关性,可以进一步提高检测性能.贺亚晨等^[16]提出了一种新的基于样本协方差矩阵最大特征值的拟合优度检验频谱感知算法.该算法利用随机矩阵理论分析样本协方差矩阵最大特征值的分布,通过 GoF 检验检测主用户的存在,在动态信号下能表现出良好的检测性能.

但是基于最大特征值拟合优度的检测仍然存在噪声不确定性问题,实际应用受到限制.为此,本文着重研究特征值域的拟合优度检测问题,采用基于最大最小特征值之比作为拟合统计量的全盲拟合优度检测算法,以便克服噪声不确定性问题.在随机矩阵理论框架下,基于最大特征值的 Tracy-Widom 分布,分析所提算法的检测概率、虚警概率和判决门限.最后,通过仿真实验说明新算法的有效性和性能提升.

1 系统模型和拟合优度检测

图 1 是一个典型的多天线频谱感知场景,其中随机分布一些单天线主用户和一些多天线次用户,次用户可以根据接收到的信号样本进行频谱感知.如果主用户开始广播信号,那么次用户就能够接收到主用户信号和噪声信号,否则只接收噪声信号.

设每个次用户配备 M 个阵元的线天线阵,设有 $D(D \leq M)$ 个不相关的 PU 信号分别来自不同方向的发射机,则在次用户接收天线处的频谱感知问题实际是对某一授权频段是否可用的判断,可以表示为如下的二元假设检验问题^[14]:

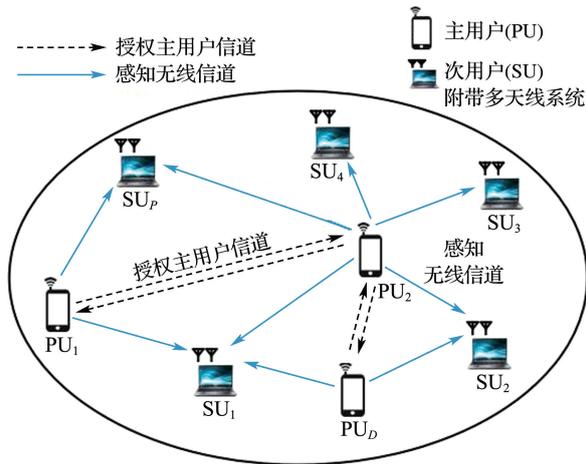


图 1 多天线认知无线电系统中的频谱感知场景

Fig. 1 Spectrum sensing scenarios in multi-antenna cognitive radio systems

$$H_0: x_i(k) = n_i(k)$$

$$H_1: x_i(k) = \sum_{j=1}^D h_{ij}(k) s_j(k-i) + n_i(k) \quad (1)$$

其中 H_0 表示不存在主用户信号, H_1 表示存在主用户信号. $n_i(k) \sim CN(0, \sigma_n^2)$ 表示服从均值为 0、方差为 σ_n^2 的高斯白噪声, s_j 为第 j 个与噪声独立的主用户信号, h_{ij} 表示第 j 个主用户与次用户第 i 个接收天线之间的平坦信道响应,一般假设为零均值单位方差的高斯变量.

同一时刻的采样数据可以表示为如下的向量形式:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(k) &= (x_1(k) \quad x_2(k) \quad \cdots \quad x_M(k))^T \\ \mathbf{h}_j(k) &= (h_{1j}(k) \quad h_{2j}(k) \quad \cdots \quad h_{Mj}(k))^T \\ \mathbf{n}(k) &= (n_1(k) \quad n_2(k) \quad \cdots \quad n_M(k))^T \\ \mathbf{s}(k) &= (s_1(k) \quad s_2(k) \quad \cdots \quad s_D(k))^T \end{aligned} \quad (2)$$

则式(1)的频谱感知问题可以表示为如下的二元假设检验问题:

$$\begin{aligned} H_0: \mathbf{x}(k) &= \mathbf{n}(k) \\ H_1: \mathbf{x}(k) &= \mathbf{H}(k)\mathbf{s}(k) + \mathbf{n}(k) \end{aligned} \quad (3)$$

其中 $\mathbf{H}(k) = (\mathbf{h}_1(k) \quad \mathbf{h}_2(k) \quad \cdots \quad \mathbf{h}_D(k))$. 如果假设信道为慢衰落,则信道矩阵为常数阵,表示为 \mathbf{H} .

设 $\{\mathbf{x}(k)\}_{k=1}^N$ 为 N 个观测值,当主用户不发送信号时,每个分量信号 $x_i(k) = n_i(k)$ 是服从均值为 0、方差为 σ_n^2 的高斯白噪声信号,其累积分布函数记为 $F_0(x)$. 当主用户发送信号时,其分布偏离高斯分布,此时的累积分布函数记为 $F_1(x)$. 因此,检验发送信号的存在等价于检验零假设 H_0 是否服从 $F_0(x)$ 分布. 由此可知,拟合优度检测不

需要已知发送信号的任何先验信息.

假设 $F_X(x)$ 表示观测值 $x_i(k)$ 的经验累积分布函数,可以定义为

$$F_X(x) = |\{(i, k); x_i(k) \leq x, 1 \leq i \leq M, 1 \leq k \leq N\}| / MN \quad (4)$$

其中对任意的有限集合 S , $|S|$ 表示集合 S 的基数.

在零假设下,随着拟合对象数的增多,接收信号经验累积分布函数 $F_X(x)$ 会逐渐收敛于噪声信号的实际累积分布函数 $F_0(x)$,即当 MN 足够大时,在零假设成立的情况下, $F_X(x)$ 会非常接近 $F_0(x)$,如果 $F_X(x)$ 显著偏离 $F_0(x)$,则认为零假设 H_0 不成立,说明存在主用户信号.怎样度量两种分布 $F_0(x)$ 和 $F_X(x)$ 之间的距离,是拟合优度检测算法的关键.随着数学统计理论的发展,人们提出了许多度量分布 $F_0(x)$ 和 $F_X(x)$ 之间距离的优秀算法,统称为拟合准则.常用的 GoF 检测的拟合准则包括 KS 准则、CM 准则和 AD 准则等.拟合优度假设检验问题可以表示为如下的二元假设:

$$\begin{aligned} H_0: F_X(x) &= F_0(x) \\ H_1: F_X(x) &\neq F_0(x) \end{aligned} \quad (5)$$

基于拟合准则计算得到 $F_X(x)$ 与 $F_0(x)$ 的判决统计量 T ,通过与判决门限 γ 进行比较,当 $T < \gamma$ 时,就接受 H_0 假设,认为不存在发送信号;否则拒绝 H_0 (即接受 H_1),认为存在发送信号.

除了信号样本之外,还有样本能量和其他量(如特征值)都可以作为拟合统计量.一般情况下,设 $T(L) = \{t_1, t_2, \dots, t_L\}$ 为 L 个时间样本的观测统计量,其累积分布函数记为 $F_0(t)$,则零假设可以表示为

$$H_0: T(L) \sim F_0(t) \quad (6)$$

因此,主用户存在(H_1)等价于 $T(L)$ 不是服从分布 $F_0(t)$ 的序列.

拟合优度检测算法的设计除了拟合统计量的选择之外,重要的是拟合度量(拟合准则)的选择.基于文献[16-17]的考虑,本文也选择 URAD 拟合准则.在 URAD 拟合准则下,判决统计量定义为

$$T_{\text{URAD}} = L \int_{-\infty}^{\infty} [F_0(t) - F_T(t)] \frac{dF_0(t)}{1 - F_0(t)} \quad (7)$$

其中 L 为样本数.另外, $F_T(t)$ 表示拟合统计量 t_l , $l = 1, 2, \dots, L$ 的累积经验分布函数.对于有限数量的拟合统计量, T_{URAD} 可以写成

$$\begin{aligned} T_{\text{URAD}} = L & \int_{-\infty}^{t_1} \frac{F_0(t)}{1 - F_0(t)} dF_0(t) + \\ & L \int_{t_1}^{t_2} \frac{F_0(t) - 1/L}{1 - F_0(t)} dF_0(t) + \dots + \\ & L \int_{t_L}^{\infty} \frac{F_0(t) - 1/L}{1 - F_0(t)} dF_0(t) = \\ & -L - \sum_{l=1}^L \ln(1 - Z_l) \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $Z_l = F_0(t_l)$.因此,通过比较 T_{URAD} 和判决门限 γ 进行检测判决.如果 $T_{\text{URAD}} > \gamma$,拒绝零假设 H_0 ,即主用户信号存在;否则,该通道未被使用.

2 基于最大最小特征值的 GoF 检测

首先介绍样本协方差矩阵特征值的分布,然后简单介绍基于最大特征值的拟合优度检测算法,最后提出改进的基于特征值的拟合优度检测算法.

2.1 样本协方差矩阵特征值分布

协方差矩阵能够捕获信号样本间的相关性,且广泛应用于信号检测领域,为此许多协方差矩阵的估计方法被提出,其中样本协方差矩阵是最大似然估计.考虑 N 个采样序列,接收信号的样本协方差矩阵可以表示为

$$\mathbf{R}_x(N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k) \quad (9)$$

其中 $(\cdot)^H$ 表示共轭转置.在 H_0 假设下,即当不存在发送信号时, $\mathbf{R}_x(k) = \mathbf{R}_n(k)$,如下式所示:

$$\mathbf{R}_n(N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \mathbf{n}(k) \mathbf{n}^H(k) \quad (10)$$

因为 $n_i(k) \sim CN(0, \sigma_n^2)$,则其协方差矩阵 $\mathbf{R}_n(N)$ 是 Wishart 随机矩阵^[19],且服从如下分布:

$$\mathbf{R}_n(N) \sim CW_M \left(N, \frac{1}{N} \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \right) \quad (11)$$

其中 $CW_M \left(N, \frac{1}{N} \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \right)$ 表示自由度为 N 、协方差矩阵为 $\frac{1}{N} \sigma_n^2 \mathbf{I}_M$ 的 Wishart 分布.

根据随机矩阵理论可知, Wishart 随机矩阵特征值的联合概率密度分布函数(PDF)有着非常复杂的表达式,并且其特征值边缘 PDF 也还没有找到一个合适的表达形式.幸运的是 Johnstone 和 Johansson 等已经对 Wishart 随机矩阵的最大特征值分布做了一定的研究^[10-11],研究成果描述如下:

定理 1 假设噪声为实噪声, 令 $\mathbf{A}(N) = \frac{N}{\sigma_n^2} \mathbf{R}_n(N)$, $\mu = (\sqrt{N-1} + \sqrt{M})^2$, 以及 $v = (\sqrt{N-1} + \sqrt{M}) \left(\frac{1}{\sqrt{N-1}} + \frac{1}{\sqrt{M}} \right)^{1/3}$, 假设 $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M}{N} = c (0 < c < 1)$, 则 $\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) - \mu}{v}$ 必然服从一阶 Tracy-Widom 分布 $F_{\text{TW1}}(t)$.

由定理 1 可知, 在主用户信号不存在的情况下, 样本协方差矩阵最大特征值的归一化值服从 Tracy-Widom 分布, 表现出了一种特定的统计特性.

对最小特征值则有如下的结论:

定理 2 假设 $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{M}{N} = c (0 < c < 1)$, 则最小特征值以概率 1 收敛 $\lim_{N \rightarrow \infty} \lambda_{\min} = \sigma_n^2 (1 - \sqrt{M/N})^2$.

2.2 基于特征值的 GoF 检测算法

由定理 1 可知, 在假设 H_0 下, 样本协方差矩阵最大特征值的归一化值服从 TW 分布 $F_{\text{TW1}}(t)$, 因此根据 URAD 拟合准则可以得到基于最大特征值的拟合优度检测算法.

将长为 N 的接收数据均分为长为 N_s 的 L 段, $\{\mathbf{x}_l(k)\}_{k=1+(l-1)N_s}^{lN_s} = \{\mathbf{x}(1+(l-1)N_s), \mathbf{x}(2+(l-1)N_s), \dots, \mathbf{x}(lN_s)\}$ 计算各部分的样本协方差矩阵及拟合统计量表示为 $t_{\text{MED}}(l) = \left(\frac{N_s}{\sigma_n^2} \times \lambda_{\max}(\mathbf{R}_x^l(N_s)) - \mu \right) / v, l=1, 2, \dots, L$. 按升序排列拟合统计量并计算判决统计量:

$$T_{\text{MED-GoF}} = -L - \sum_{l=1}^L \ln(1 - Z_l) \quad (12)$$

其中 $Z_l = F_0(t_{\text{MED}}) = F_{\text{TW1}}(t_{\text{MED}})$.

注意到基于最大特征值拟合优度的检测 (MED-GoF) 算法拟合统计量的计算需要准确知道噪声方差 σ_n^2 , 这在实际应用中是不可能的, 因此该算法仍然存在噪声不确定性问题. 基于最大特征值的检测算法也存在噪声不确定性问题, 为此, 人们提出了基于最大最小特征值之比的检测算法, 有效克服了 MED 算法的噪声不确定性问题. 由此受到启发, 本文也考虑了用最大最小特征值之比作为拟合统计量的最大最小特征值拟合优度检测算法, 期待新的拟合优度检测算法能克服噪声不确定性问题.

下面将推导分析在 H_0 假设下的最大最小特征值之比的分布函数. 根据定理 2, 在极限情况下

最小特征值等于 $\lim_{N \rightarrow \infty} \lambda_{\min} = \sigma_n^2 (1 - \sqrt{M/N})^2$, 对最大特征值进行变换后得到关于最大最小特征值之比的拟合统计量如下:

$$\begin{aligned} \frac{\frac{N}{\sigma_n^2} \lambda_{\max}(l) - \mu}{v} &= \frac{\frac{N(1 - \sqrt{M/N})^2}{\sigma_n^2 (1 - \sqrt{M/N})^2} \lambda_{\max}(l) - \mu}{v} = \\ &= \frac{(\sqrt{N} - \sqrt{M})^2 \lambda_{\max}(l) - \mu}{\sigma_n^2 (1 - \sqrt{M/N})^2 v} \approx \\ &= \frac{(\sqrt{N} - \sqrt{M})^2 \lambda_{\max}(l) - \mu}{\lambda_{\min}(l)} = t_{\text{MME}}(l) \end{aligned} \quad (13)$$

因此, 根据定理 1 和定理 2, 可以得到最大最小特征值之比的分布函数如下:

$$\begin{aligned} F_{0_MME} &= \Pr\{\lambda_{\max}(\mathbf{R}_x(N)) \leq \beta \lambda_{\min}(\mathbf{R}_x(N))\} = \\ &= \Pr\left\{\frac{\sigma_n^2}{N} \lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) \leq \beta \lambda_{\min}(\mathbf{R}_x(N))\right\} = \\ &= \Pr\{\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) \leq \beta (\sqrt{N} - \sqrt{M})^2\} = \\ &= F_1\left(\frac{\beta (\sqrt{N} - \sqrt{M})^2 - \mu}{v}\right) \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $F_1(\cdot)$ 是一阶 TW 分布的累积分布函数 (CDF), β 为门限.

根据式 (8) 的 URAD 拟合准则, 可以得到基于最大最小特征值的拟合优度检测算法. 步骤如下:

步骤 1 数据处理. 将长为 N 的接收数据均分为长为 N_s 的 L 段 ($N_s = N/L$), 即

$$\begin{aligned} \{\mathbf{x}_l(k)\}_{k=1+(l-1)N_s}^{lN_s} &= \{\mathbf{x}(1+(l-1)N_s), \\ &\quad \mathbf{x}(2+(l-1)N_s), \dots, \\ &\quad \mathbf{x}(lN_s)\} \end{aligned} \quad (15)$$

步骤 2 计算各部分的样本协方差矩阵.

$$\mathbf{R}_x^l(N_s) = \frac{1}{N_s} \sum_{k=1+(l-1)N_s}^{lN_s} \mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k) \quad (16)$$

步骤 3 计算每个样本协方差矩阵的拟合统计量.

$$t_{\text{MME}}(l) = \frac{(\sqrt{N_s} - \sqrt{M})^2 \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{R}_x^l(N_s))}{\lambda_{\min}(\mathbf{R}_x^l(N_s))} - \mu}{v}; \quad l=1, 2, \dots, L \quad (17)$$

步骤 4 按升序排列拟合统计量. 假设已排序的拟合统计量是

$$t_{\text{MME}}(1) \leq t_{\text{MME}}(2) \leq \dots \leq t_{\text{MME}}(L) \quad (18)$$

步骤 5 计算判决统计量.

$$T_{\text{MME-GoF}} = -L - \sum_{l=1}^L \ln(1 - Z_l) \quad (19)$$

其中 $Z_l = F_0(t_{\text{MME}}) = F_{\text{TW1}}(t_{\text{MME}})$.

步骤 6 判决. 如果 $T_{\text{MME-GoF}} > \gamma$, 那么信号存在; 否则, 信号不存在, γ 是判决门限.

注意到, 当数据分组数 $L=1$ 时, 即数据不分割, 判决统计量为 $T_{\text{MME-GoF}} = -1 - \ln(1 - Z_1)$. 由于函数 $\ln(\cdot)$ 和 $F_1(\cdot)$ 都是单调函数, 则 MME-GoF 算法的判决统计量 $T_{\text{MME-GoF}}$ 是 MME 的判决统计量 T_{MME} 的单调函数, 此时 MME-GoF 算法和 MME 算法等价, MME 算法可以看作是 MME-GoF 算法的特例. 这也说明研究基于特征值的拟合优度检测算法有较好的理论意义.

3 性能分析

检测概率 (P_d) 与虚警概率 (P_f) 是评价检测方法性能的两个重要指标, 可以表示为

$$\begin{aligned} P_d &= \Pr\{T > \gamma | H_1\} \\ P_f &= \Pr\{T > \gamma | H_0\} \end{aligned} \quad (20)$$

其中 T 表示由式(19)给出的判决统计量, γ 为判决门限. 为了计算检测概率和虚警概率, 需要求解判决统计量 T 在 H_1 假设和 H_0 假设下的概率分布函数. 从式(19)可以看到, 求解判决统计量 T 的概率分布函数很难. 为此本文利用中心极限定理简化推导所提算法的检测概率、虚警概率和判决门限.

根据式(1)中的系统模型和最大最小特征值拟合优度检测算法, 所划分的 L 个样本协方差矩阵是独立同分布的. 因此, $t_{\text{MME}}(1), t_{\text{MME}}(2), \dots, t_{\text{MME}}(L)$ 可视为 i. i. d 序列. 在这种情况下, $\ln(1 - Z_1), \ln(1 - Z_2), \dots, \ln(1 - Z_L)$ 也是 i. i. d 序列. 利用中心极限定理, $T_{\text{MME-GoF}}$ 近似服从如下分布:

$$\begin{aligned} T_{\text{MME-GoF}} &\sim N(-L - L \times E[\ln(1 - Z_l)], \\ &L \times \text{Var}[\ln(1 - Z_l)]) \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $E[\cdot]$ 和 $\text{Var}[\cdot]$ 表示均值和方差; $N(a, b)$ 表示均值为 a 、方差为 b 的真实高斯分布. 注意, $\ln(1 - Z_l)$ 的 PDF 闭式表达式很难求出. 因此, 均值和方差的近似值可以通过蒙特卡罗方法得到.

令 $\tilde{\mu}$ 和 $\tilde{\nu}$ 分别表示 $E(\ln(1 - Z_l))$ 和 $\text{Var}(\ln(1 - Z_l))$ 的估计值. 得到虚警概率 (P_f) 和检测概率 (P_d) 的表达式为

$$\begin{aligned} P_{f_{\text{MME-GoF}}} &= \Pr\{T_{\text{MME-GoF}} > \gamma | H_0\} = \\ &Q\left(\frac{\gamma + L(1 + \tilde{\mu}_{H_0})}{\sqrt{L} \times \tilde{\nu}_{H_0}}\right) \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} P_{d_{\text{MME-GoF}}} &= \Pr\{T_{\text{MME-GoF}} > \gamma | H_1\} = \\ &Q\left(\frac{\gamma + L(1 + \tilde{\mu}_{H_1})}{\sqrt{L} \times \tilde{\nu}_{H_1}}\right) \end{aligned} \quad (23)$$

其中 $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^{+\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$, 为互补累积分布函数.

对于任何给定的 $P_{f_{\text{MME-GoF}}}$, 判决门限 γ 可以通过下式计算:

$$\gamma = Q^{-1}(P_{f_{\text{MME-GoF}}}) \sqrt{L} \times \tilde{\nu}_{H_0} - L(1 + \tilde{\mu}_{H_0}) \quad (24)$$

4 仿真与讨论

本文给出一些仿真结果对所提算法的性能进行分析讨论. 没有特别说明, 假设有 4 个 PU 源信号通过平坦瑞利衰落信道传输, 被具有 4 个天线阵元的多天接收机系统接收. 假设样本数量 $N=100$, 分段数量 $L=4$, 虚警概率为 0.1. 所有结果通过 5 000 次蒙特卡罗实验平均得到. 与一般文献一样, 假设主用户信号服从相关高斯多变量分布, 相关矩阵系数定义为 $(\mathbf{R}_x)_{p,q} = 0.5^{|p-q|}$, 其中 $(\cdot)_{p,q}$ 表示第 p 行、第 q 列元素^[8]. 为了比较公平, 所有算法都采用 URAD 方案作为拟合度的度量.

比较分析了最大特征值拟合优度算法 (MED-GoF)、最大最小特征值拟合优度算法 (MME-GoF)、基于样本的拟合优度算法 (SAM-GoF) 和基于能量的拟合优度算法 (EN-GoF) 的检测性能. 从图 2 可以看到, 对弱相关性高斯信号,

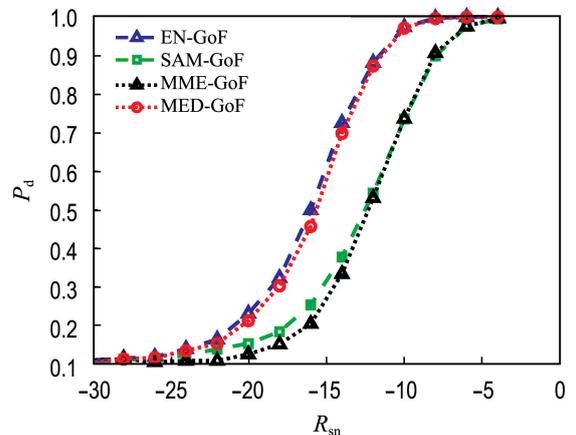


图 2 不同拟合优度算法比较 ($\rho=0.1$)

Fig. 2 Comparison among different GoF algorithms ($\rho=0.1$)

EN-GoF 算法优于 MED-GoF 算法, 而 MME-GoF 算法则接近于 SAM-GoF 算法。

图 3 给出了在强相关性高斯信号下的检测性能, 此时 MED-GoF 算法优于 EN-GoF 算法, MME-GoF 算法也优于 SAM-GoF 算法, 但是不如 EN-GoF 算法。

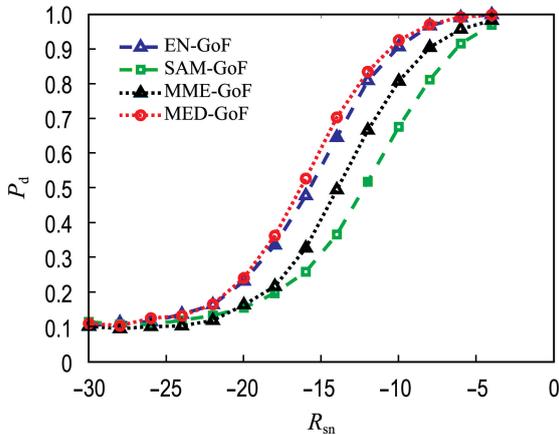


图 3 不同拟合优度算法比较 ($\rho=0.9$)

Fig. 3 Comparison among different GoF algorithms ($\rho=0.9$)

此外, 考虑了噪声方差不确定性的影响, 将阈值固定为 0.1, 噪声方差设置为 0、1 和 2 dB, 结果如图 4 所示。可以看到, 经典的 EN-GoF 和 SAM-GoF 算法与 MED-GoF 算法都存在噪声不确定性问题, 并且在存在噪声不确定性时呈现较高的虚警概率。因此, 设计的 MME-GoF 算法可以实现较高的检测概率, 并且对噪声不确定性问题具有鲁棒性。

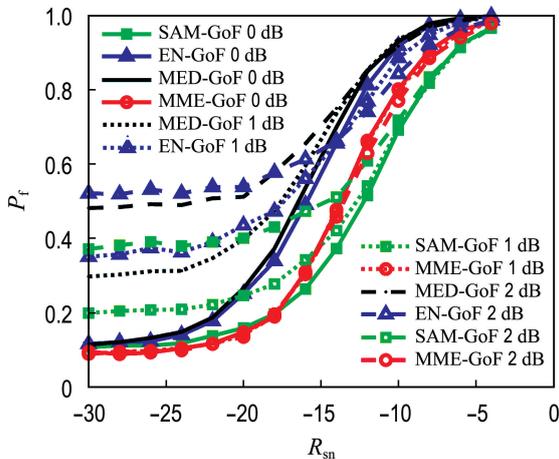


图 4 在噪声不确定条件下不同拟合优度算法比较

Fig. 4 Comparison among different GoF algorithms under noise uncertainty

5 结 语

本文考虑了基于特征值的 GoF 检测问题, 提出了基于 MME 的 GoF 检测算法。该算法是一种全盲检测器, 能够捕获相关信息以提高检测性能。对所提算法的理论性能进行了相应的分析。最后, 仿真结果验证了该算法能够克服噪声不确定性的问题, 与现有基于时间样本的 GoF 算法相比, 在高度相关的 PU 信号情况下, 算法实现了性能提高。

参考文献:

- [1] HU Feng, CHEN Bing, ZHU Kun. Full spectrum sharing in cognitive radio networks toward 5G: A survey [J]. *IEEE Access*, 2018, **6**: 15754-15776.
- [2] LUNDÉN J, KOIVUNEN V, POOR H V. Spectrum exploration and exploitation for cognitive radio: Recent advances [J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2015, **32**(3): 123-140.
- [3] ALI A, HAMOUDA W. Advances on spectrum sensing for cognitive radio networks: Theory and applications [J]. *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, 2017, **19**(2): 1277-1304.
- [4] AWIN F, ABDEL-RAHEEM E, TEPE K. Blind spectrum sensing approaches for interweaved cognitive radio system: A tutorial and short course [J]. *IEEE Communications Surveys and Tutorials*, 2019, **21**(1): 238-259.
- [5] URKOWITZ H. Energy detection of unknown deterministic signals [J]. *Proceedings of the IEEE*, 1967, **55**(4): 523-531.
- [6] ZENG Yonghong, CHOO L K, LIANG Yingchang. Maximum eigenvalue detection: Theory and application [C] // *ICC 2008 - IEEE International Conference on Communications, Proceedings*. Piscataway: IEEE, 2008: 4160-4164.
- [7] ZHOU Fuhui, BEAULIEU N C, LI Zan, *et al.* Feasibility of maximum eigenvalue cooperative spectrum sensing based on Cholesky factorisation [J]. *IET Communications*, 2016, **10**(2): 199-206.
- [8] LI Zan, WANG Danyang, QI Peihan, *et al.* Maximum eigenvalue based sensing and power recognition for multi-antenna cognitive radio system [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2016, **65**(10): 8218-8229.
- [9] AINOMÄE A, BENGTTSSON M, TRUMP T.

- Distributed largest eigenvalue-based spectrum sensing using diffusion LMS [J]. **IEEE Transactions on Signal and Information Processing over Networks**, 2018, **4**(2): 362-377.
- [10] ZENG Yonghong, LIANG Yingchang. Eigenvalue-based spectrum sensing algorithms for cognitive radio [J]. **IEEE Transactions on Communications**, 2009, **57**(6): 1784-1793.
- [11] ZHANG Rui, LIM T J, LIANG Yingchang, *et al.* Multi-antenna based spectrum sensing for cognitive radios: a GLRT approach [J]. **IEEE Transactions on Communications**, 2010, **58**(1): 84-88.
- [12] LIU Chang, LI Husheng, WANG Jie, *et al.* Optimal eigenvalue weighting detection for multi-antenna cognitive radio networks [J]. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, 2017, **16**(4): 2083-2096.
- [13] TEGUIG D, LE NIR V, SCHEERS B. Spectrum sensing method based on goodness of fit test using chi-square distribution [J]. **Electronics Letters**, 2014, **50**(9): 713-715.
- [14] WANG Haiquan, YANG Enhui, ZHAO Zhijin, *et al.* Spectrum sensing in cognitive radio using goodness of fit testing [J]. **IEEE Transactions on Wireless Communications**, 2009, **8**(11): 5427-5430.
- [15] JIN Ming, GUO Qinghua, XI Jiangtao, *et al.* Spectrum sensing based on goodness of fit test with unilateral alternative hypothesis [J]. **Electronics Letters**, 2014, **50**(22): 1645-1646.
- [16] 贺亚晨, 赵文静, 刘畅, 等. 基于最大特征值的拟合优度检验频谱感知算法 [J]. 信号处理, 2017(S1): 33-40.
- HE Yachen, ZHAO Wenjing, LIU Chang, *et al.* A novel spectrum sensing method using goodness of fit test based on maximum eigenvalue [J]. **Journal of Signal Processing**, 2017(S1): 33-40. (in Chinese)
- [17] YE Yinghui, LU Guangyue, LI Yongzhao, *et al.* Unilateral right-tail Anderson-Darling test based spectrum sensing for cognitive radio [J]. **Electronics Letters**, 2017, **53**(18): 1256-1258.
- [18] ZHANG Guowei, WANG Xiaodong, LIANG Yingchang, *et al.* Fast and robust spectrum sensing via Kolmogorov-Smirnov test [J]. **IEEE Transactions on Communications**, 2010, **58**(12): 3410-3416.
- [19] TULINO A M, VERDÚ S. **Random Matrix Theory and Wireless Communications** [M]. Hanover: Now Publishers Inc., 2004.

Research of spectrum sensing algorithm based on goodness-of-fit test with eigenvalues

LI He, ZHAO Wenjing, LUO Xuesong, LIU Chang, ZOU Deyue, JIN Minglu*

(School of Information and Communication Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: The advanced goodness-of-fit test algorithm for spectrum sensing directly adopts signal samples or energy as fitting statistics, and shows good detection performance for independent signal, while the satisfactory performance is not achieved for correlated signal. The maximum eigenvalue based goodness-of-fit test algorithm for spectrum sensing has better detection performance. However, the maximum eigenvalue based goodness-of-fit test algorithm is a semi-blind detection algorithm that needs to know the power of the noise, which is difficult to realize in practical application. A new totally-blind spectrum sensing algorithm based on goodness-of-fit test using maximum and minimum eigenvalues is proposed. In addition, based on the results of random matrix theory, the detection probability, false alarm probability and decision threshold of the new algorithm are deduced and analyzed. The experimental results show that the new algorithm overcomes the problem of noise uncertainty effectively and has better performance than other goodness-of-fit detection algorithms.

Key words: cognitive radio; spectrum sensing; goodness-of-fit test; eigenvalue