文章编号:1000-8608(2022)06-0618-08

具有杆间弹性支撑的端部固定压杆稳定性研究

陈廷国*, 郭召迪, 王祖能

(大连理工大学建设工程学部 土木工程学院,辽宁 大连 116024)

摘要:为了研究具有杆间弹性支撑的端部固定压杆稳定性问题,首先简化工程模型为理论 模型,求解两端固定压杆稳定承载力与杆间弹性支撑刚度的理论关系,并提出简化计算公式; 其次根据理论模型,使用杆间弹簧支撑轴心压杆进行失稳试验,调整弹簧数量以改变弹性支 撑刚度,进行5组不同弹性支撑刚度下的杆件稳定承载力试验,通过试验结果验证理论解的 正确性;最后使用 ABAQUS 进行有限元分析,计算杆间不同弹性支撑刚度下压杆的稳定承 载力,对理论解进行验证.通过试验以及有限元分析验证了理论解的正确性,为工程设计人员 提供了简单可靠的计算公式.

0 引 言

采用钢材建造的塔式结构中主要受力构件多 为细长形,受力时往往未达到钢材的屈服强度便 由于失稳而破坏^[1].例如 2008 年因南方雨雪天气 湖南省郴州市近 1/3 的输电塔整体失稳破坏而倒 塌^[2].

塔式结构主要由塔柱、横腹杆以及斜腹杆组 成,构件之间的协同受力为结构安全提供保障,故 塔式结构中某根杆件的受力性能不能独立分析, 应同时考虑杆件的端部约束、相连支撑等因素.

在国内外的相关文献中,目前关于压杆失稳 问题的理论研究方面,Timoshenko等^[3]针对杆间 有弹性支撑的两端简支杆件进行了详尽的理论推 导.试验研究方面,谢鹏^[2]针对 Timoshenko等的 理论推导进行了试验验证.Foster等^[4]通过程序 模拟强调了钢结构设计中支撑构件的重要性.陈 绍蕃^[5]通过理论计算得到了设有多道弹性撑杆的 压杆稳定承载力与撑杆刚度的关系.刘荣刚等^[6]、 汤心仪等^[7]通过理论和试验找出压杆失稳的判定 方法以及弹簧刚度的确定方法.Bleich^[8]补充了 压杆失稳理论计算的方法.夏大桥等^[9-10]用工程 实例分析了横梁支撑的重要性.另外,在压杆失稳 方面,国内外还有许多学者针对构件初始缺陷、杆间弹性支撑、非弹性柱屈曲等因素做了大量的理论计算及有限元分析^[11-16].但现有研究缺乏对端部固定轴压杆件稳定性的研究,尤其缺少对杆间具有弹性支撑的压杆进行相关试验研究.

实际工程中的钢塔式结构,端部约束较为复杂,约束效果介于简支和固定之间,设计简化过程 中直接将两端约束视为简支欠缺准确性.因此本 文针对具有杆间弹性支撑的端部固定压杆模型进 行理论及试验研究,并用有限元分析验证其准确 性,为工程设计人员提供参考.

1 模型简化、理论推导及理论公式简化

1.1 模型简化

为便于进行理论推导,需将工程中的钢塔架局部模型进行简化.首先将钢塔架局部受力模型 简化为图1所示模型,受压杆为受力分析杆件,支 撑梁和支撑柱共同组成受压杆的支撑系统,支撑 梁之间的夹角为θ,若将支撑系统视作具有一定 刚度的弹簧支撑,则图1所示钢塔架局部模型可 等效为图2所示模型,下面针对图2理论模型推 导出受压杆失稳时极限承载力与弹簧刚度之间的 关系.

收稿日期: 2021-11-05; 修回日期: 2022-08-20.

作者简介:陈廷国*(1957-),男,教授,博士生导师,E-mail:chentg@dlut.edu.cn.



图1 工程模型





图 2 理论模型 Fig.2 Theoretical model

1.2 理论推导

理论模型如图 2 所示,首先确定坐标系,杆件 纵向为 x 坐标方向,向上为正,垂直杆件方向为 y 坐标方向,向右为正,弯矩 M 以杆右侧受拉为正 方向.杆长为 2*l*,弹簧支撑距离杆件底部为 *l*,设 弹簧位移为 v,支撑刚度为 c.以弹簧支撑为界线, 截取上下两侧截面作为隔离体分别讨论.

情况1 截取隔离体的截面在弹簧支撑处下侧,即0≪*x*<*l*时,如图3所示.

根据隔离体建立平衡方程:

$$M_c + P_y - M(x) - F_c x = 0 \tag{1}$$

$$EIy'' + Py + M_c - F_c x = 0$$
(2)
令 $k^2 = P/EI$,式(2)可化简为

$$y'' + k^2 y + \frac{1}{EI} (M_c - F_c x) = 0$$
 (3)

求解式(3)微分方程,可得杆件位移曲线为

$$y = A_1 \sin kx + B_1 \cos kx - \frac{1}{P} (M_c - F_c x)$$
 (4)



图 3 弹簧支撑处下侧隔离体 Fig. 3 The lower isolator of spring supports

式(4)中的常数 A_1 、 B_1 可由边界条件求得, 代入 y(0)=0, y'(0)=0 可得

$$A_{1} = -F_{c}/kP, \quad B_{1} = M_{c}/P$$

代入常数 A_{1}, B_{1} 得到
$$y = -\frac{F_{c}}{kP} \sin kx + \frac{M_{c}}{P} \cos kx - \frac{1}{P}(M_{c} - F_{c}x)$$
(5)

式(5)求导后得

$$y' = -\frac{F_c}{P} \cos kx - \frac{kM_c}{P} \sin kx + \frac{F_c}{P}$$
(6)
代入式(5)边界条件 $y_{\rm lo}(l) = v$,可得

$$y_{\rm lo}(l) = \frac{1}{kP} [k(\cos kl - 1)M_c + (kl - \sin kl)F_c] = v$$
(7)

利用式(6)求得弹簧支撑处下侧截面转角:

$$y_{\rm lo}'(l) = -\frac{F_c}{P} \cos kl - \frac{kM_c}{P} \sin kl + \frac{F_c}{P} \quad (8)$$

情况 2 截取隔离体的截面在弹簧支撑处上侧,即 *l*<*x*≪2*l* 时,如图 4 所示.



图4 包含弹簧支撑的隔离体

Fig. 4 Isolator with spring supports

此时隔离体平衡方程为

 $M_c + P_y + cv(x-l) - M(x) - F_c x = 0$ (9) 参照情况 1,可得微分方程:

$$y'' + k^{2}y + \frac{1}{EI}[M_{c} + cv(x-l) - F_{c}x] = 0$$
 (10)
求解微分方程,可得杆件位移曲线为
$$y = A_{2}\sin kx + B_{2}\cos kx - \frac{1}{P}[M_{c} + cv(x-l) - F_{c}x]$$
 (11)
式(11)中的常数 A_{2} 、 B_{2} 可由边界条件求得,
代入 $y(2l) = 0, y'(2l) = 0$ 可得
 $A_{2} = [kM_{c}\sin 2kl + (kl\sin 2kl + \cos 2kl)cv - (2kl\sin 2kl + \cos 2kl)F_{c}]/kP$
 $B_{2} = [kM_{c}\cos 2kl + (kl\cos 2kl - \sin 2kl)cv + (\sin 2kl - 2kl\cos 2kl)F_{c}]/kP$
代入常数 A_{2} 、 B_{2} 得到
 $y_{up}(l) = [k(\cos kl - 1)M_{c} + (kl\cos kl - \sin kl)cv + (-2kl\cos kl + \sin kl + kl)F_{c}]/kP = v$ (12)

弹簧支撑处上侧截面转角为

$$y'_{up}(l) = [kM_c \sin kl + (kl \sin kl + \cos kl - 1)cv + (1 - 2kl \sin kl - \cos kl)F_c]/P$$
(13)

$$y_{l_0}(l) = y_{u_p}(l), \quad y'_{l_0}(l) = y'_{u_p}(l)$$
 (14)
结合式(7)、(12)、(14)可得

$$F_c = F_A = cv/2 \tag{15}$$

$$2\sin\frac{kl}{2}\left(2kM_c\cos\frac{kl}{2} - cv\sin\frac{kl}{2}\right) = 0 \quad (16)$$

1 1

由式(16)可知需满足式(17)恒成立或式(18) 条件成立:

$$\sin\frac{kl}{2} = 0 \tag{17}$$

$$M_{C} = \frac{\tan \frac{kl}{2}}{2k} cv \tag{18}$$

根据稳定承载力取最小值的原则,满足式 (17)成立的最小稳定承载力 $P=4\pi^2 EI/l^2$,一定 大于式(18)成立的稳定承载力,舍去.

当式(18)条件成立时,结合式(7)、(15)得到

$$\frac{2kP}{c} = kl - \sin kl - 2\sin^2 \frac{kl}{2} \tan \frac{kl}{2} \quad (19)$$

为更加清晰得到杆间弹簧支撑下的两端固定 压杆稳定承载力与弹簧刚度之间的关系,做出如 下简化:其他条件相同,无弹簧支撑时两端简支杆 件稳定承载力为 $P_0 = \pi^2 EI/4l^2$,引入稳定承载力 系数 μ ,将具有杆间弹簧支撑两端固定压杆的稳 定承载力表示为

$$P = \mu^2 \frac{\pi^2 EI}{4l^2} = \mu^2 P_0$$
 (20)

规定弹簧刚度基本值 $c_0 = \pi^2 EI/8l^3$,引入弹簧刚度系数 γ ,将弹簧刚度 c 表示为

$$c = \gamma \, \frac{\pi^2 E I}{8 l^3} = \gamma c_0 \tag{21}$$

结合式(20)、(21)以及 $k^2 = P/EI$,式(19)可简化为

$$\frac{2\pi\mu^3}{\gamma} = \frac{\mu\pi}{2} - \sin\frac{\mu\pi}{2} - \frac{2\sin^3\frac{\mu\pi}{4}}{\cos\frac{\mu\pi}{4}} \qquad (22)$$

使用 MATLAB 求解不同弹簧刚度系数时的 μ ,将 $\gamma = c/c_0$ 作为横坐标, $\mu^2 = P/P_0$ 作为纵坐标 绘制归一化曲线,见图 5.



图 5 稳定承载力与弹簧刚度关系曲线 Fig. 5 The relation curve between stable bearing capacity and spring stiffness

由图 5 可以看出,两端固定杆件的稳定承载 力与弹簧刚度近似呈线性关系,这与 Timoshenko 等^[3]推导的关于两端简支杆件结论相近,不同的 是,在图 5 所示曲线中没有峰值点.

从理论上来讲,当杆间弹簧刚度趋近于无穷 大,此时两端固定压杆可以等效为一端固定,另一 端简支的长度为l的压杆.根据计算长度系数法 求得此时的稳定承载力 $P/P_0 = 8.17.$ 类比 Timoshenko等推导的结论,弹簧刚度在达到一定 值后,两端固定杆件的稳定承载力达到最大值 $P=8.17P_0$ 后不再增加.修正后的理论关系曲线 如图 6 所示.

1.3 理论公式简化

根据 Timoshenko 等已有结论,杆间有弹性 支撑的两端简支压杆的稳定承载力与弹簧刚度的 关系见图 7^[3],呈线性关系.

同理两端固定压杆稳定承载力与弹簧刚度也 可以简化为线性关系,见图 7.

由图 7 可以得到,当弹簧刚度系数 $\gamma < 21$ 时,



图 6 稳定承载力与弹簧刚度理论关系曲线

Fig. 6 The theoretical relation curve between stable bearing capacity and spring stiffness





Fig. 7 The curves of simplified relationship

两端固定杆件稳定承载力 P 与杆间弹簧刚度 c 的关系可简化为

 $P/P_0 = 4 + 0.198 \ 6c/c_0$ (23) 当弹簧刚度系数 $\gamma \ge 21$ 时,杆件临界稳定承 载力为 $P_{cr} = 8.17P_0 = 2.04\pi^2 EI/l^2$.

2 试验研究

2.1 试验目的

设计具有杆间弹簧支撑的两端固定压杆失稳 试验,验证理论关系曲线.

2.2 试验平台及试验装置

试验依托于烟台新天地试验技术有限公司 YJ-IIA-W型结构力学组合试验装置.试验模型 见图 8.

2.3 试件设计

本次试验受压杆件采用截面尺寸为 \$ 16 mm× 1 mm 的无缝圆钢管,计算长度 2l 为 1 600 mm,材 料采用 20 # 钢. 无缝圆钢管满足规范《结构用无缝钢 管》(GB/T 8162—2018)规定的初始缺陷要求^[17].

为避免钢管实际抗弯刚度 EI 与理论值不同, 使用钢管样本进行抗弯刚度测定试验,取其中 3 次 有效结果,分别为 279.1、280.2、280.5 N·m²,取平 均值,因此本批次试验圆钢管的 EI=280.0 N·m².



①刹车块;②随动小车平台;③转接板;④电动缸;⑤导 向装置;⑥固定支座;⑦边立柱;⑧调距装置;⑨弹簧; ⑩弹簧连接板;⑪侧向防失稳装置;⑫连接铰;⑬力传感 器;⑭位移传感器

图 8 两端固定杆间弹性支撑压杆失稳试验模型 Fig. 8 Instability experimental model of elastic support

compressed bar between tow end-fixed bars

根据圆钢管的 *EI*,得到对应 1.2 节弹簧刚度 基本值 $c_0 = \frac{\pi^2 EI}{8l^3} = \frac{\pi^2 \times 280}{8 \times 0.8^3}$ N/m=674.68 N/m, 两端简支且中部无弹簧支撑条件下的压杆稳定承 载力 $P_0 = \frac{\pi^2 EI}{4l^2} = \frac{\pi^2 \times 280}{4 \times 0.8^2}$ N=1 079.49 N.

2.4 弹簧支撑设计

本节主要研究杆间弹簧刚度对杆件稳定承载 力的影响,需购置满足需求的弹簧.对弹簧刚度进 行标定^[18],试验曲线见图 9,其中纵坐标为施加在 弹簧上的力 *F*,横坐标为弹簧拉伸长度 δ.

试验曲线的斜率即代表了弹簧拉伸刚度,试验中取弹簧刚度为 3.11 N/mm.

2.5 量测内容与加载方案

当轴压杆件失稳时,承载力下降的同时杆件 中点位移会明显增大.故本文的量测内容为杆端 力以及杆件中部位移,并绘制荷载-位移曲线.

本次试验同时采用以下两种方法反映压杆中 点位移:(1)测量杆件上端部位移;(2)直接测量杆 件中部位移^[19].事实上,杆件上端部位移和杆件 中部位移均可反映压杆稳定承载力,二者虽在相 同荷载下大小不一,但荷载-位移曲线对应的压杆 极限承载力相同.



Fig. 9 Spring stiffness calibration

试验采用5t电动缸,按照位移控制单调加载,同时采集力与位移信号,当承载力下降到峰值的70%左右时停止加载,存储数据,卸载,更换杆件重复以上步骤.

2.6 试验结果

根据理论关系曲线(图 7),设计不同弹簧刚 度(通过调整弹簧数量实现)使试验点较均匀分布 在理论曲线上.共设计 5 组试验模型:MX-1~ MX-5,弹簧支撑数量分别为 2、3、4、5、6.

根据 2.5 节中所述,同步采集竖向荷载 P、圆 钢管竖向位移 $|\Delta_v|$ 、中部横向位移 $|\Delta_h|$ (由于失 稳方向在平面内具有随机性,采取位移绝对值来 作为特征参数),并绘制 P- $|\Delta|$ 曲线.每组试验模 型(MX-1~MX-5)进行不少于 3 次试验,取 3 次 有效数据的平均值作为最终结果,下面详细介绍 MX-1 的其中一次试验,其余试验同理.

MX-1 失稳时圆钢管中部产生大位移,带动 弹簧平移,圆钢管发生整体弹性失稳,见图 10,为 模型 MX-1 失稳后形态.



图 10 MX-1 失稳形态 Fig. 10 Instability behavior of MX-1

试验中采集得到的 MX-1 的 *P*-|Δ|曲线如图 11 所示.



图 11 MX-1 荷载-位移曲线 Fig.11 MX-1 load-displacement curve

从图 11 可看出,模型失稳为极值点失稳,取 荷载最大值作为稳定承载力.试验结果见表 1.

表1 试验稳定承载力

Tab. 1 Test stability bearing capacity

试验 编号	弹簧 数量	弹簧支撑 刚度 c/ (N•mm ⁻¹)	稳定承载力试验值/kN			
			第1次	第2次	第3次	平均值
MX-1	2	6.22	5.98	5.85	6.26	6.03
MX-2	3	9.33	6.16	6.87	6.62	6.55
MX-3	4	12.44	8.17	7.94	7.48	7.86
MX-4	5	15.55	7.80	7.61	7.84	7.75
MX-5	6	18.66	8.12	8.30	8.32	8.25

根据 5 种试验模型的弹簧支撑刚度,利用式 (23)可求得压杆稳定承载力的理论值,理论值与 试验值的误差如表 2 所示.

- 表 2 端部固定压杆稳定承载力理论值与 试验值对比
- Tab. 2 Comparison between theoretical and experimental stability bearing capacity of end-fixed compressed bar

试验 编号	弹簧支撑 刚度。/	稳定承载力			
	$(N \cdot mm^{-1})$	试验值/kN	理论值/kN	误差/%	
MX-1	6.22	6.03	6.30	-4.3	
MX-2	9.33	6.55	7.28	-10.0	
MX-3	12.44	7.86	8.27	-5.0	
MX-4	15.55	7.75	8.82	-12.1	
MX-5	18.66	8.25	8.82	-6.5	

根据 2.3 节标定试验得到 $P_0 = 1$ 079.49 N, $c_0 = 674.68$ N/m,利用稳定承载力的试验值计算 P/P_0 以及 c/c_0 ,记为 MX-1~MX-5,将 5 种模型 的试验值绘在理论关系曲线中对比,如图 12 所示.



图 12 MX-1~MX-5 失稳荷载 Fig. 12 The instability load of MX-1-MX-5

由表 2 可以得到,理论值和试验值误差在 ±4%~±12%,且试验值普遍低于理论值,分析 误差原因主要有两点:支座约束、初始缺陷.经过 与谢鹏^[2]两端简支杆件试验的对比,发现其试验 解均大于理论解,而本文两端固定杆件试验解均 小于理论解,主要是因为试验中圆钢管的端部约 束为非理想铰支座或刚性支座,约束介于两者之 间,故本文试验解由于杆件端部约束刚性不足而 略小于理论解.初始缺陷包括几何初始缺陷、残余 应力等,杆件初始缺陷会使其承载能力下降.

3 有限元分析

3.1 有限元模型

使用 ABAQUS 有限元软件对本文理论模型 进行特征值屈曲分析,并与理论推导结果进行对 比,验证理论推导的准确性.

由于有限元软件需要对模型进行参数赋值, 本文有限元模型各项参数保持与试验杆件参数一 致.有限元模型采用 Solid 三维实体单元建模.模 型截面尺寸 \$ 16 mm×1 mm,长度 1 600 mm.模 型两端约束参照理论模型设置,压杆材料属性设 置参照 2.3 节试验值.模型建立后如图 13 所示.

3.2 有限元值与理论值对比分析

首先对 5 种试验模型对应的弹簧刚度进行有 限元分析,与理论值进行比较之后,计算多个不同 弹簧刚度下的稳定承载力,并与理论值进行比较, 得出结论.

根据 5 种试验模型 MX-1~MX-5 建立的有限元模型,使用 ABAQUS 中特征值屈曲分析进行有限元计算后得到模型极限承载力,同样与前文计算得到的理论值进行比较,如表 3 所示.



Fig. 13 Finite element model

表 3 端部固定压杆理论值与有限元值对比

Tab. 3 Comparison between theoretical value and finite element value of end-fixed compressed bar

试验	弹簧刚度	稳定承载力			
编号	系数γ	理论值/kN	有限元值/kN	误差/%	
MX-1	9.22	6.30	6.30	0	
MX-2	13.83	7.28	7.28	0	
MX-3	18.44	8.27	8.26	-0.1	
MX-4	23.05	8.82	8.78	-0.4	
MX-5	27.66	8.82	8.78	-0.4	

由表 3 可以看出,5 种试验模型的有限元值 与理论值误差均在±1%以内,因此,可以认为 5 种试验模型的理论解是可靠的.

下面为验证简化理论公式的正确性,进行多 个不同弹簧支撑刚度下压杆的稳定承载力有限元 计算.针对不同的弹簧刚度,γ设置为0~36,间隔 为2(从0开始),共进行了19种工况的计算. ABAQUS计算得到在不同弹簧刚度下杆件存在 两种典型的失稳形态,如图14所示.当γ<21时, 压杆失稳形态呈现典型的"C"形失稳,如图14(a) 所示;当弹簧刚度系数γ≥21时,压杆失稳形态呈 现典型的"S"形失稳,如图14(b)所示.



图 14 不同弹簧刚度下的两种失稳形态

Fig. 14 Two instability modes under different spring stiffness

根据有限元计算结果,绘制杆间弹性支撑两 端固定杆件的稳定承载力与弹簧刚度的归一化关 系曲线,并与理论关系曲线进行比较,见图 15.可 见两条关系曲线基本吻合.



图 15 理论曲线与有限元曲线对比

Fig. 15 Comparison between theoretical curve and finite element curve

为验证结论普遍性,调整截面参数及杆件材 料进行重复计算,依然可以得到上述结论,说明此 结论具有可靠性.

4 结 语

本文通过小挠度理论求解出具有杆间弹性支 撑的端部固定压杆稳定承载力与杆间弹簧刚度关 系的简化计算公式,并通过设计 5 组具有不同杆 间弹簧刚度支撑的端部固定压杆失稳试验,用试 验解验证了理论解的正确性;同时,基于 ABAQUS有限元软件对 5 组试验模型和更多不 同工况下的模型进行特征值屈曲分析,进一步验 证了理论公式或理论关系曲线的普遍适用性.

综上,本文通过试验研究和有限元分析验证 了理论公式的正确性,为工程设计人员提供了一 种可靠的计算方法.

参考文献:

- [1] 卢启财,赵敬义,罗光龙.钢结构轴心压杆稳定性简析[J].四川建筑,2018,38(4):185-188.
 LU Qicai, ZHAO Jingyi, LUO Guanglong.
 Analysis on stability of axial compression bar of steel structure [J]. Sichuan Architecture, 2018, 38(4):185-188. (in Chinese)
- [2] 谢 鹏.多边形钢塔架局部模型稳定性研究 [D]. 大连:大连理工大学,2018.
 XIE Peng. Research on the stability of local model of polygonal steel tower [D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2018. (in Chinese)
- [3] TIMOSHENKO S P, GERE J M. Theory of Elastic

Stability [M]. New York: Dover Publications, INC., 1961.

- [4] FOSTER A S J, GARDNER L. Ultimate behaviour of continuous steel beams with discrete lateral restraints [J]. Thin-Walled Structures, 2015, 88(1): 58-69.
- [5] 陈绍蕃.具有多道弹性支撑杆的钢柱稳定计算[J].西安建筑科技大学学报(自然科学版),2011,43(2):153-159,276.
 CHEN Shaofan. Stability calculation of steel columns with multiple elastic braces [J]. Journal of Xi 'an University of Architecture and Technology (Natural Science Edition), 2011,43(2):153-159,276. (in Chinese)
- [6] 刘荣刚,边文凤,李素超,等. 理想弹性压杆临界挠度的确定[J]. 力学与实践, 2020, 42(4): 508-510.
 LIU Ronggang, BIAN Wenfeng, LI Suchao, et al.
 Determination of the critical deflection of a slender column [J]. Mechanics in Engineering, 2020, 42(4): 508-510. (in Chinese)
- [7] 汤心仪,刘 涛,黄模佳.扭簧的扭转刚度计算及 试验研究 [J]. 南昌大学学报(工科版),2020,
 42(3):249-253.

TANG Xinyi, LIU Tao, HUANG Mojia.
Calculation and experimental study on torsional stiffness of torsion spring [J]. Journal of Nanchang University (Engineering and Technology), 2020, 42(3): 249-253. (in Chinese)

- [8] BLEICH F. Buckling Strength of Metal Structures [M]. New York: McGraw-Hill Education, 1952.
- [9] 夏大桥,陶亚东. 江苏太仓广播电视发射塔塔柱的稳定性分析 [J]. 特种结构, 2010, 27(3): 54-55, 63. XIA Daqiao, TAO Yadong. Stability analysis of radio and television transmission tower column in Taicang, Jiangsu Province [J]. Special Structures, 2010, 27(3): 54-55, 63. (in Chinese)
- [10] 夏大桥,陈 才,赵海龙.某钢结构广播电视发射塔 倒塌后分析 [J]. 建筑结构, 2018, 48(13): 106-109.
 XIA Daqiao, CHEN Cai, ZHAO Hailong. Analysis of collapsed steel structure radio and television transmission tower [J]. Building Structure, 2018, 48(13): 106-109. (in Chinese)
- [11] 陈 骥. 钢结构稳定理论与设计 [M]. 北京:科学 出版社, 2014.

CHEN Ji. Stability of Steel Structures Theory and Design [M]. Beijing: Science Press, 2014. (in Chinese)

[12] 邱 晖,付举宏,马思明,等. 基于弹性屈曲理论

的正多边形钢塔架计算长度的研究 [J]. 特种结构, 2015, **32**(4): 13-17.

QIU Hui, FU Juhong, MA Siming, *et al*. Study on calculation length of regular multilateral steel tower based on elastic buckling theory [J]. **Special Structures**, 2015, **32**(4): 13-17. (in Chinese)

- [13] GIL H, YURA J A. Bracing requirements of inelastic columns [J]. Journal of Constructional Steel Research, 1999, 51(1): 1-19.
- [14] DOU Chao, PI Yonglin. Effects of geometric imperfections on flexural buckling resistance of laterally braced columns [J]. Journal of Structural Engineering, 2016, 142(9): 04016048.
- [15] WINTER G. Lateral bracing of columns and beams [J]. Transactions of the American Society of Civil Engineering, 1960, 125(1): 807-826.
- [16] 班慧勇,施 刚,石永久. Q420 高强度等边角钢轴 压构件整体稳定性能设计方法研究 [J]. 工程力 学,2014,31(3):63-71.

BAN Huiyong, SHI Gang, SHI Yongjiu. Investigation on design method of overall buckling behaviour for Q420 high strength steel equal-leg angle members under axial compression [J]. Engineering Mechanics, 2014, **31**(3): 63-71. (in Chinese)

- [17] 中国钢铁工业协会.结构用无缝钢管:GB/T 8162—2018 [S].北京:国家市场管理监督总局,2018.
 China Steel and Iron Association. Seamless Steel Tubes for Structural Purposes: GB/T 8162-2018 [S]. Beijing: State Administration for Market Regulation, 2018. (in Chinese)
- [18] 中国钢铁工业协会.金属材料拉伸试验 第1部分: 室温试验方法:GB/T 228.1—2010 [S].北京:国家质量监督检验检疫总局,2010.
 China Steel and Iron Association. Metallic Material-Tensile Testing- Part 1: Method of Test at Room Temperature: GB/T 228.1-2010 [S]. Beijing: General Administration of Quality Supervision, Inspection and Quarantine of the People's Republic of China, 2010. (in Chinese)
- [19] 侯 杰,程赫明,王时越. 自制大量程位移传感器 在压杆稳定试验中的应用 [J]. 低温建筑技术, 2018, 40(11): 56-58, 63.
 HOU Jie, CHENG Heming, WANG Shiyue.
 Application of home-made large range displacement transducers on the stability experiment of the compressive bar [J]. Low Temperature Architecture Technology, 2018, 40(11): 56-58, 63. (in Chinese)

Study of stability of end-fixed compressed bar with elastic support between bars

CHEN Tingguo*, GUO Zhaodi, WANG Zuneng

(School of Civil Engineering, Faculty of Infrastructure Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: In order to study the stability of end-fixed compressed bar with elastic support between bars, firstly, by simplifying the engineering model as a theoretical model, the theoretical relationship between the stable bearing capacity of end-fixed compressed bars and the stiffness of elastic support between the bars is solved, and a simplified calculation formula is put forward. Secondly, according to the theoretical model, the axial compressed bar supported by inter-bar springs is tested for instability, and the quantity of springs is regulated to change the stiffness of elastic support. The test of five groups of stable bearing capacity of members with different stiffness of elastic support is made, and the correctness of the theoretical solution is verified by the test results. Finally, ABAQUS is used for finite element analysis, and the stable bearing capacity of compressed bars with different elastic support stiffness is calculated to verify the theoretical solution. The correctness of the theoretical solution is verified by experiments and finite element analysis, which provides a simple and reliable calculation formula for engineering designers.

Key words: compressed bar; two end-fixed; elastic support; stability; finite element analysis