

# 基于贝叶斯推断的卫星螺栓连接结构动力学参数识别

路森浩<sup>1,2</sup>, 顾乃建<sup>1,2</sup>, 武文华<sup>\*1,2,3</sup>

- (1. 大连理工大学 工程力学系, 辽宁 大连 116024;  
2. 大连理工大学 工业装备结构分析国家重点实验室, 辽宁 大连 116024;  
3. 大连理工大学 宁波研究院, 浙江 宁波 315000)

**摘要:** 在卫星等航天器结构运行过程中,螺栓连接结构会导致卫星刚度损失和能量耗散. 对于某卫星螺栓连接结构开展了含能量耗散与滞回效应的动力学参数识别分析方法研究. 首先针对螺栓连接结构的力学特征给出了含动力学耗散的 Bouc-Wen(B-W)模型,并推导其在不同荷载下的方程新式,进而分别构建了力锤激励冲击加载和激振器周期加载试验系统,基于贝叶斯推断模型开展了螺栓连接结构动力学参数反演识别研究,给出表征 Bouc-Wen 模型的螺栓连接结构动力学参数及其在周期荷载下的滞回曲线. 最后,基于 Bouc-Wen 模型计算了不同荷载下卫星螺栓连接结构的加速度,通过计算方程新式计算数据与实测数据之间的均方误差对比两种方法的拟合程度,结果表明两者的均方误差较小,所提方法在解决卫星螺栓连接结构动力学参数识别方面具有可行性和准确性.

**关键词:** 螺栓连接结构;Bouc-Wen 模型;贝叶斯推断模型;非线性滞回

**中图分类号:** V474.26 **文献标识码:** A **doi:**10.7511/dllgxb202303001

## 0 引言

目前,卫星等航天器结构逐渐趋向于大型化、复杂化、多功能化. 大型卫星常由多个单元组合而成,各单元间通过连接结构相连. 连接结构的存在导致卫星结构刚度损失、固有频率变化,并同时伴随着能量耗散<sup>[1-2]</sup>. 据不完全统计,连接结构造成卫星结构刚度损失达 20%~45%,引起固有频率下降 10%~20%. 在卫星连接结构中,螺栓连接结构占比最大. 运行过程中,卫星会受到如太阳热辐射引起的周期荷载、卫星结构内部的微振动等多种动荷载长期作用,一旦发生螺栓连接结构松动或连接失效,将直接影响卫星结构的服役性能. 因此,建立精确的表征连接刚度和动力耗散行为的卫星螺栓连接结构动力学模型,开展螺栓连接结构动力学特性分析和参数辨识十分必要.

在动荷载的长期作用下,螺栓连接的接触表

面会产生滑移、黏着等行为<sup>[3-4]</sup>,表现出不确定性和强非线性特征. 目前,许多学者针对结构动力学分析开展了考虑结构阻尼、接触刚度、滞回特性等的宏观数学模型研究,建立出如 Iwan 模型<sup>[5-6]</sup>、Valanis 模型<sup>[7]</sup>、Bouc-Wen 模型<sup>[8-9]</sup>及双线性模型<sup>[10]</sup>等描述结构不确定性行为的模型. 其中, Bouc-Wen 模型是最受认可且描述最为准确的模型,该模型描述了系统的恢复力和位移的滞回关系,通过改变其参数可以得到不同的滞回曲线,因而该模型可以描述实际工程中的各种非线性行为. 基于 Bouc-Wen 模型,王维锐等<sup>[11]</sup>开展了磁流变减振器动力学试验研究,获取了减振器固有频率、阻尼比等动力学参数,完成了对减振器的滞回特性分析. 曾思霖等<sup>[12]</sup>通过 Bouc-Wen 模型有效描述了音圈电机的滞回现象,并分析了不同参数对模型的影响. Wang 等<sup>[13]</sup>基于 Bouc-Wen 模

收稿日期: 2022-03-16; 修回日期: 2023-03-09.

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2021YFA1003501);国家自然科学基金资助项目(U1906233);山东省联合基金资助项目(2019JZZY010801);深圳市自由探索类基础研究项目(2021Szzup021);高等学校基本科研业务费专项资金资助项目(DUT22ZD209).

作者简介: 路森浩(1996—),男,硕士, E-mail: 1255202778@qq.com; 武文华\*(1973—),男,博士,教授, E-mail: lxuyuhua@dlut.edu.cn.

型以线性化的方式描述了压电陶瓷驱动器的滞回行为. 鉴于 Bouc-Wen 模型参数较多, 对特定的结构选用合理的参数识别方法获得高可信度的模型参数尤为重要. 目前, 许多学者通过蚁群算法、神经网络等智能方法对参数进行识别<sup>[14-16]</sup>, 但上述研究均未考虑 Bouc-Wen 模型参数的先验信息及不确定性, 导致模型的准确性及泛化能力不足. 而贝叶斯推断模型根据有关参数的实际经验赋予其先验分布, 基于严格的公式推导给定结构的似然函数, 结合先验分布与似然函数得到参数的后验分布, 这样就使参数辨识结果更加准确及可靠.

由于贝叶斯理论在处理数据与解决不确定性问题上的独特优势, 其在国内外参数辨识方面得到了广泛应用. 刘佩等<sup>[17]</sup>基于贝叶斯理论对密肋复合墙体在低周往复荷载下形成的滞回曲线进行了参数辨识, 将根据概率最大参数得到的滞回曲线与实测曲线进行了比较, 表明贝叶斯理论对于恢复力模型参数辨识具有较好的效果. 高艳滨<sup>[18]</sup>基于贝叶斯理论对某 3 层 RC 框架结构在多次振动作用下的物理参数进行了识别, 并与基于模态参数的识别方法进行了比较分析, 验证了贝叶斯理论的可靠性. Teloli 等<sup>[19]</sup>利用一种随机 Bouc-Wen 模型描述螺栓连接结构的振动数据, 并提出一种贝叶斯框架进行模型参数识别, 用以考虑整个过程中参数的数据波动与不确定性, 通过试验数据表明贝叶斯理论可以很好地识别模型参数, 但其未对结构进行分析, 未对待识别参数进行分类, 导致部分参数重复识别.

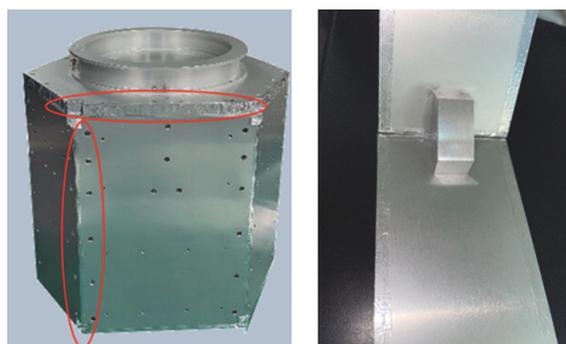
本文基于 Bouc-Wen 模型结合贝叶斯定理和相关试验开展某卫星螺栓连接结构动力学建模和模型参数反演识别研究. 首先, 建立螺栓连接结构的 Bouc-Wen 模型, 结合 Bouc-Wen 模型的滞回曲线, 推导出模型方程新的等效形式, 明确待识别的参数; 然后, 设计螺栓连接结构的两种模态试验(力锤激励冲击与激振器周期加载), 通过采集试验过程中结构所受荷载与响应数据, 构建结构的频响函数, 计算结构的固有频率与阻尼比; 最后, 基于试验数据, 结合贝叶斯定理完成 Bouc-Wen 模型参数识别, 建立表征卫星螺栓连接结构的动力学模型, 绘制结构在周期荷载下的滞回曲线, 对比卫星螺栓连接结构在不同周期荷载下的实测与

模型计算值, 验证本文所提出的贝叶斯参数识别方法对于螺栓连接结构含滞回效应动力学参数辨识的可行性.

## 1 卫星螺栓连接结构含滞回效应 Bouc-Wen 动力学模型

### 1.1 卫星螺栓连接结构的滞回效应

螺栓连接结构具有构造简单、易操作和可靠性强等优点, 已被广泛应用于卫星不同结构间的连接. 与传统意义上的单搭接螺栓连接结构不同的是, 卫星螺栓连接结构两板之间呈一定角度, 由五棱柱体配合两螺栓进行连接. 图 1 给出了某卫星及其螺栓连接结构. 这使得结构具有螺栓数量多、接触面积小和连接部分间隙多等特性. 当卫星螺栓连接结构遭受外在周期荷载作用时, 板与连接结构之间相互接触、分离, 较小的接触面积及较多的连接间隙使得相互作用更加明显, 从而造成强烈的能量耗散与滞回效应. 图 2 和图 3 分别展示了某卫星螺栓连接结构受到的周期荷载  $P$  及其在此周期荷载下的恢复力  $F_r$  与位移曲线(滞回效应曲线).



(a) 卫星模型 (b) 螺栓连接结构

图 1 卫星及其螺栓连接结构

Fig. 1 Satellite and its bolt connection structure

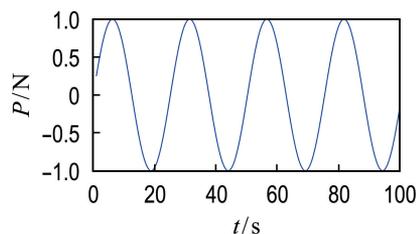


图 2 卫星螺栓连接结构承受的周期荷载

Fig. 2 Periodic loads on satellite bolt connection structure

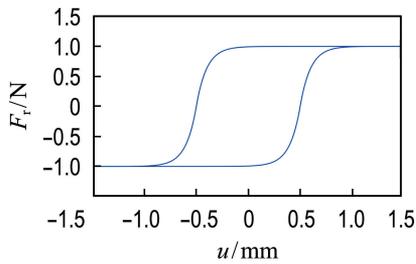


图 3 卫星螺栓连接结构的滞回效应

Fig. 3 Hysteretic effect of satellite bolt connection structure

滞回效应是卫星螺栓连接结构的重要特性之一,其反映了结构在反复受力过程中的变形特征、刚度退化及能量耗散,因此建立卫星螺栓连接结构含滞回效应动力学方程对研究结构动力学行为至关重要.目前国内外已有学者对结构的滞回效应进行研究,其中 Bouc-Wen 模型具有特殊的结构形式,可直观地描述结构滞回效应.

图 4 给出了典型的 Bouc-Wen 模型结构示意图.可以看出,Bouc-Wen 模型是一种用于描述结构滞回性能的微分模型,该模型除包含弹簧-阻尼系统外,还含有滞回部分.通过滞回参数的变化可得到不同的滞回圈,因此基于 Bouc-Wen 模型可以直观有效地建立卫星螺栓连接结构含滞回效应的动力学方程.

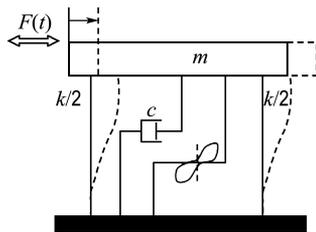


图 4 Bouc-Wen 模型结构示意图

Fig. 4 Structure sketch diagram of Bouc-Wen model

### 1.2 卫星螺栓连接结构含滞回效应 Bouc-Wen 模型动力学方程及其等效形式

Bouc-Wen 模型动力学方程如下:

$$\ddot{y}(t) + 2\xi\omega_n\dot{y}(t) + \omega_n^2y(t) + \mathbf{Z}(y, \dot{y}) = \mathbf{F}(t) \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{Z}}(y, \dot{y}) = \alpha\dot{y}(t) - \gamma|\dot{y}(t)| |\mathbf{Z}(y, \dot{y})|^{\nu-1} \mathbf{Z}(y, \dot{y}) - \delta\dot{y}(t) |\mathbf{Z}(y, \dot{y})|^\nu \quad (2)$$

式中:  $t$  为时间;  $\omega_n$  为固有频率;  $\xi$  为阻尼比;  $\ddot{y}(t)$ 、 $\dot{y}(t)$  和  $y(t)$  是结构受到输出为  $\mathbf{F}(t)$  的激振器激励时产生的加速度、速度和位移;  $\mathbf{Z}(y, \dot{y})$  是服从

式(2)的滞回恢复力;  $\alpha$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$ 、 $\nu$  为滞回参数,控制着滞回曲线的形状,在本文中  $\nu=1$ .

当结构受到简谐力  $|\mathbf{F}(t)| = A\cos(\omega t)$  时(如图 5 所示),会产生滞回效应,由 Bouc-Wen 模型可以绘出滞回曲线(图 6).

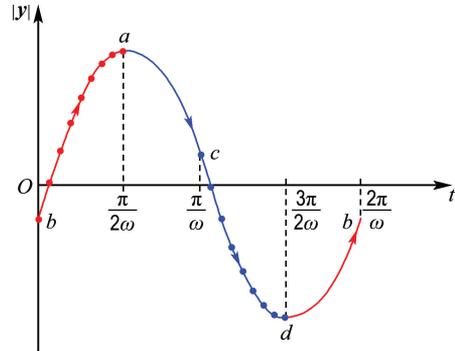


图 5 螺栓连接结构受简谐力示意图

Fig. 5 Sketch diagram of bolt connection structure under the harmonic force

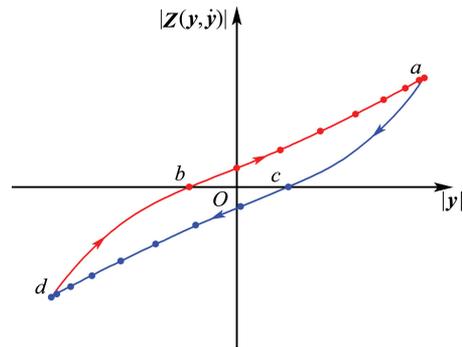


图 6 基于 Bouc-Wen 模型的螺栓连接结构滞回曲线

Fig. 6 Hysteretic curve of bolt connection structure based on Bouc-Wen model

由图 6 可知,螺栓连接结构的滞回曲线可以分为 4 条不同的路径,通过求解上述的微分方程结合泰勒展开可以得到滞回曲线不同路径的具体表达式.

(1)  $ba$  段(加载段)

$$dZ_1/dy = \alpha - \gamma Z_1 - \delta Z_1 \quad (3)$$

$$Z_1 = \frac{\alpha}{\gamma + \delta} [1 - \exp(-(\gamma + \delta)(y + y_0))] =$$

$$\frac{\alpha}{\gamma + \delta} \left\{ 1 - \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-(\delta + \gamma))^n (y + y_0)^n}{n!} \right] \right\} \quad (4)$$

(2)  $ac$  段(卸载段)

$$dZ_2/dy = \alpha + \gamma Z_2 - \delta Z_2 \quad (5)$$

$$Z_2 = \frac{\alpha}{\gamma + \delta} [1 - \exp(-(\gamma + \delta)(y + y_0))] = \frac{\alpha}{\gamma + \delta} \left\{ 1 - \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-(\delta + \gamma))^n (y + y_0)^n}{n!} \right] \right\} \quad (6)$$

(3) *cd* 段(反向加载段)

$$dZ_3/dy = \alpha + \gamma Z_3 + \delta Z_3 \quad (7)$$

$$Z_3 = -\frac{\alpha}{\gamma + \delta} [1 - \exp((\gamma + \delta)(y - y_0))] = -\frac{\alpha}{\gamma + \delta} \left\{ 1 - \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\delta + \gamma)^n (y - y_0)^n}{n!} \right] \right\} \quad (8)$$

(4) *db* 段(反向卸载段)

$$dZ_4/dy = \alpha - \gamma Z_4 + \delta Z_4 \quad (9)$$

$$Z_4 = -\frac{\alpha}{\delta - \gamma} [1 - \exp((\delta - \gamma)(y - y_0))] = -\frac{\alpha}{\delta - \gamma} \left\{ 1 - \left[ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\delta - \gamma)^n (y - y_0)^n}{n!} \right] \right\} \quad (10)$$

泰勒展开虽能很好地拟合结构在加卸载时产生的滞回效应,但其形式复杂,难以直接应用于工程实际计算中,因此,本文基于 Weierstrass 逼近定理<sup>[20]</sup>,使用有界函数  $F^\uparrow[\mathbf{y}(t)]$  与  $F^\downarrow[\mathbf{y}(t)]$  来描述结构的加卸载状态.

$$F^\uparrow[\mathbf{y}(t)] = \lambda_0 + \lambda_1 |\mathbf{y}(t)| - \lambda_2 |\mathbf{y}(t)|^2 + \lambda_3 |\mathbf{y}(t)|^3 \quad (11)$$

$$F^\downarrow[\mathbf{y}(t)] = -\lambda_0 + \lambda_1 |\mathbf{y}(t)| + \lambda_2 |\mathbf{y}(t)|^2 + \lambda_3 |\mathbf{y}(t)|^3 \quad (12)$$

式中:  $\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  为有界函数的系数, N/kg.

为确保有界函数能准确描述结构的滞回效应,需建立误差函数,并使其最小,由于滞回曲线具有对称性,因此对加载或者卸载过程建立误差函数时结果是一致的,本文通过建立卸载过程中的误差函数来构建有界函数参数与 Bouc-Wen 模型参数之间的联系,误差函数如下式所示:

$$E(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \int_{-Y}^{y_0} \{Z_4 - F^\downarrow[\mathbf{y}(t)]\}^2 dy + \int_{y_0}^Y \{Z_3 - F^\downarrow[\mathbf{y}(t)]\}^2 dy \quad (13)$$

为确保等效方程能准确描述结构的滞回效应,应使误差函数最小.即对于  $i = 0, 1, 2, 3$ , 使  $\partial E/\partial \lambda_i = 0$ , 求得各参数表达式如下:

$$\lambda_0 = \frac{\alpha y_0}{16} (3\delta Y + 8\gamma y_0 - 16) \quad (14)$$

$$\lambda_1 = \alpha \quad (15)$$

$$\lambda_2 = \frac{\alpha}{16Y} (8\delta^2 Y y_0 + 8\gamma^2 Y y_0 + 15\delta\gamma y_0^2 - 8\gamma y_0 - 15\delta y_0) \quad (16)$$

$$\lambda_3 = \frac{\alpha}{96Y^5} (16\delta^2 Y^5 + 70\delta\gamma Y^4 y_0 - 70\delta\gamma Y^2 y_0^3 - 35\delta Y^4 + 105\delta Y^2 y_0^2 - 105\delta y_0^4) \quad (17)$$

式中:  $Y = |y_{\min}| = |y_{\max}|$ ,  $y_0$  为阈值位移.基于上述求解方程,可以将式(1)等效为如下形式:

$$|\ddot{\mathbf{y}}(t)| + 2\xi\omega_n |\dot{\mathbf{y}}(t)| + \omega_n^2 |\mathbf{y}(t)| + \lambda_0 + \lambda_1 |\mathbf{y}(t)| + \sigma |\mathbf{y}(t)|^2 + \lambda_3 |\mathbf{y}(t)|^3 = F(t) \quad (18)$$

当螺栓连接结构处于卸载或加载时,  $\sigma$  分别取为  $\lambda_2, -\lambda_2$ .

通过上述公式的推导可以建立适用于卫星螺栓连接结构含滞回效应的动力学方程,但该方程包含两部分未知参数:结构参数(固有频率  $\omega_n$ 、阻尼比  $\xi$ )、滞回参数( $\alpha, \gamma, \delta$ ).结构在设计、加工、装配、试验过程中的多种因素会造成待识别参数具有不确定性,采用参数识别方法中推导过程最严格、应用最广泛的贝叶斯推断方法进行未知参数的识别能较好地评估参数的不确定性.

## 2 基于贝叶斯推断的 Bouc-Wen 模型参数识别

### 2.1 贝叶斯推断方法

基于贝叶斯定理的参数识别与分析流程如下:

(1) 将待识别的参数  $\theta$  视为随机变量,将系统观测值  $D$  也视为随机变量;

(2) 根据工程实际与经验给出  $\theta$  的先验概率密度函数;

(3) 构建含待识别参数  $\theta$  的模型  $M$ , 给定一系列  $\theta$ , 计算模型预测数据  $D^M(\theta)$ ;

(4) 根据  $D^M(\theta)$  与  $D$  之差为某一正态分布的假设构建参数的似然函数;

(5) 根据一组实测数据,将参数的先验分布转换为后验分布.

根据贝叶斯定理可以给定参数的后验分布:

$$\pi(\theta|D) = \frac{\pi(D|\theta)\pi(\theta)}{\pi(D)} \quad (19)$$

式中:  $\pi(\theta|D)$  是给定系统观测值  $D$  的更新后验概率密度函数;  $\pi(D|\theta)$  是似然函数;  $\pi(\theta)$  是先验概率密度函数;  $\pi(D)$  是一个归一化常数,确保  $\pi(\theta|D)$  是一个积分值为 1 的概率密度函数.

系统观测值  $D$  可以表示为

$$D = D^M(\theta) + \epsilon \quad (20)$$

式中:  $\epsilon \sim N(0, \mathbf{I}\sigma_\epsilon^2)$ , 其中  $\mathbf{I}$  是单位矩阵,根据式(20)可以得出似然函数的解析表达式为

$$\pi(D|\theta) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(D-D^M(\theta))^T (D-D^M(\theta))}{\sigma_e^2}\right) \quad (21)$$

待识别参数  $\theta$  的取值为最大后验概率 (MAP):

$$\theta = \arg \max \pi(\theta|D) \quad (22)$$

式(19)~(22)统称为贝叶斯推断模型。

## 2.2 基于贝叶斯推断的卫星螺栓连接结构 Bouc-Wen 模型参数识别流程

由上述已知,待识别参数分为结构参数与滞回参数. 由于同时识别两部分参数较为困难,且滞回效应是结构在周期荷载反复作用下产生的,因此本文分别设计了冲击荷载作用下的螺栓连接结构参数试验系统和周期荷载下螺栓连接结构的滞回参数试验系统,参数识别流程分为如下3步。

### (1) 数据采集

本文采用 DHADS 系统进行加速度信号的采集,在动力学试验过程中,施加了以下的输入信号:力锤敲击的冲击信号,用以模拟卫星结构在运行过程中受到的冲击荷载;激振器施加的正弦荷载,用以模拟卫星结构在运行过程中受到的周期荷载。

### (2) 基于冲击荷载试验的结构参数识别

首先忽略冲击荷载作用下,螺栓连接结构的滞回效应. 采用冲击荷载试验识别螺栓的结构参数  $\omega_n$  和  $\xi$ . 在识别过程中,最重要的是确定贝叶斯推断模型  $M$ . 推断模型  $M$  选取应遵循以下原则:推断模型应包含待识别参数;除待识别参数外,其余参数均为已知量或可测量. 在此运动状态下,可选取一阶频响函数作为推断模型  $M$ ,其表达式如下式所示:

$$H_1(\omega) = \frac{1}{-\omega^2 + 2j\xi\omega\omega_n + \omega_n^2} \quad (23)$$

因此,此时参数的似然函数如下式所示:

$$\pi(D|(\omega_n \ \xi)^T) \propto \exp(-\|H_1((\omega_n \ \xi)^T; \omega) - H_1^{\text{exp}}(\omega)\|^2 / 2\sigma^2) \quad (24)$$

式中:  $H_1^{\text{exp}}(\omega)$  为在力锤敲击下的实测一阶频响函数,利用贝叶斯推断模型即可识别  $\omega_n$  和  $\xi$ . 此时 Bouc-Wen 模型受到冲击荷载时的等效方程为

$$\ddot{\mathbf{y}}(t) + 2\xi\omega_n \dot{\mathbf{y}}(t) + \omega_n^2 \mathbf{y}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (25)$$

### (3) 基于周期荷载试验的滞回参数识别

在周期荷载持续作用下,螺栓连接结构处于

往复的非线性运动状态,接触面的相互作用使螺栓连接结构呈现出明显的滞回效应和能量耗散,因此在结构参数已被识别的基础上,分析结构在周期荷载下的响应可识别结构的滞回参数. 在滞回曲线接近闭合 ( $y_0 \approx 0$ ) 时,与滞回环路开关相关的系数为 0,  $\lambda_0 = \lambda_2 = 0$ . 此时剩下的参数为

$$\lambda_1 = \alpha \quad (26)$$

$$\lambda_3 = \frac{16\alpha\delta^2}{96} - \frac{35\alpha\delta}{96Y} \quad (27)$$

此时结构的等效方程式(18)可简化为

$$|\ddot{\mathbf{y}}(t)| + 2\xi\omega_n |\dot{\mathbf{y}}(t)| + \omega_n^2 |\mathbf{y}(t)| + \lambda_1 |\mathbf{y}(t)| + \lambda_3 |\mathbf{y}(t)|^3 = F(t) \quad (28)$$

由于式(28)中的非线性系统有三次方项,选取三阶频响函数作为推断模型,其表达式如下式所示:

$$H_3(\omega_1, \omega_2, \omega_3) = -H_1(\omega_1)H_1(\omega_2)H_1(\omega_3)H_1(\omega_1 + \omega_2 + \omega_3)\lambda_3 \quad (29)$$

为简化三阶频响函数的代数复杂性,只分析三阶频响函数的主对角线,使得  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$ , 式(29)可简化为

$$\begin{aligned} H_3(\omega, \omega, \omega) &= -H_1(\omega)H_1(\omega)H_1(\omega)H_1(\omega + \omega + \omega)\lambda_3 \Leftrightarrow \\ H_3(\omega, \omega, \omega) &\equiv H_3(\omega) = \\ &= -H_1^3(\omega)H_1(3\omega)\left(\frac{16\alpha\delta^2}{96} - \frac{35\alpha\delta}{96Y}\right) \end{aligned} \quad (30)$$

式中:  $H_1(\omega)$ 、 $H_1(3\omega)$  是一阶频响函数,由上一步识别过程已得到一阶频响函数的表达式,只需给定一系列  $\alpha$ 、 $\delta$ , 即可得到推断模型的计算值  $H_3(\omega)$ , 通过试验数据可以得到三阶频响函数的实测值  $H_3^{\text{exp}}(\omega)$ :

$$H_3^{\text{exp}}(\omega) \approx \frac{4Y(3\omega)}{9A^3} \quad (31)$$

式中:  $A$  为施加荷载的振幅。

因此,关于参数  $\alpha$ 、 $\delta$  的似然函数如下:

$$\pi(D|(\alpha \ \delta)^T) \propto \exp(-\|H_3((\alpha \ \delta)^T; \omega) - H_3^{\text{exp}}(\omega)\|^2 / 2\sigma^2) \quad (32)$$

对另一参数  $\gamma$  的识别,本文基于螺栓连接结构在非线性运行下的试验结果与 Bouc-Wen 模型的数值积分输出进行,其似然函数如下式所示:

$$\pi(D|\gamma) \propto \exp\left(-\frac{\|\ddot{\mathbf{y}}(\gamma, t) - \ddot{\mathbf{y}}^{\text{exp}}(t)\|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (33)$$

式中:  $\ddot{y}(\gamma, t)$  是由四阶龙格-库塔法数值积分获得的,  $\ddot{y}^{\text{exp}}(t)$  是由试验获取的实测值。

### 3 卫星螺栓连接结构含滞回效应动力学参数识别实例

#### 3.1 试验装备与试验过程

卫星螺栓连接结构由一块五棱柱连接结构及两块铝蜂窝板组合而成,长板的尺寸为  $300 \text{ mm} \times 60 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ ,短板的尺寸为  $220 \text{ mm} \times 60 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$ ,两板的材料属性一致,均为铝合金,其中蒙皮厚度为  $0.5 \text{ mm}$ ,蜂窝芯子厚度为  $19 \text{ mm}$ ,蜂窝芯子长度为  $4 \text{ mm}$ ,铝合金的弹性模量为  $72 \text{ GPa}$ ,密度为  $2700 \text{ kg/m}^3$ 。在试验件上等间距布置了 14 个点,各点间距为  $30 \text{ mm}$ 。其中 3~11 号为测点,如图 7 所示。该卫星螺栓连接结构的含参含滞回效应的动力学方程可由式(28)表示。



图 7 卫星螺栓连接结构试验件及测点布置

Fig. 7 Test specimen and the layout of measuring points of satellite bolt connection structure

#### 3.2 基于冲击荷载试验的结构参数辨识结果

利用力锤敲击模拟冲击荷载,对式(28)中的结构参数进行识别,识别过程如下:

##### (1) 试验设备的布置

将卫星螺栓连接结构上测点 14 及其左侧进行固支,加速度传感器布置于 2 号及 7 号测点处。

##### (2) 试验阶段

利用力锤依次迅速敲击 3~11 号测点(7 号测点除外),每一测点敲击 3 次,采集敲击各测点时的激励数据及响应数据。

##### (3) 数据处理

对(2)中采集到的数据进行傅里叶变换,图 8、9 为敲击 3 号测点时激励与响应的傅里叶变换图像。响应的傅里叶变换与激励的傅里叶变换之比为一阶频响函数,如图 10 所示。基于图 10 可以计算得到结构的固有频率和阻尼比,一阶频响函数的峰值处即为固有频率,利用半功率带宽法(式(34))可以求得阻尼比。

$$\frac{1}{2\xi} = \frac{\omega_n}{\omega_2 - \omega_1} \quad (34)$$

其中  $\omega_1, \omega_2$  为  $\omega_n$  曲线上峰值处的频率值。

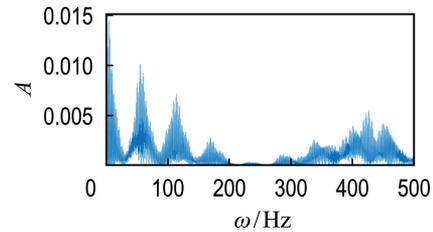


图 8 激励的傅里叶变换

Fig. 8 Fourier transform of the excitation

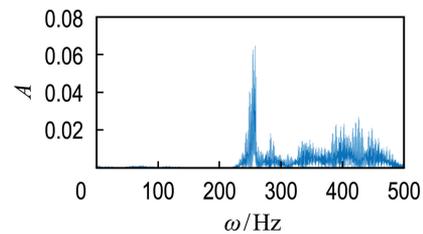


图 9 响应的傅里叶变换

Fig. 9 Fourier transform of the response

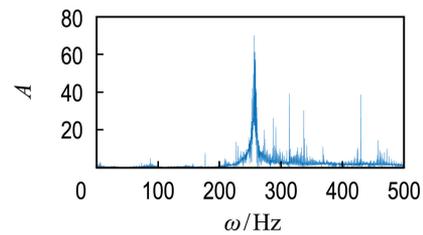


图 10 一阶频响函数

Fig. 10 The first order frequency response function

基于频响函数计算各测点的固有频率和阻尼比,结果如表 1 所示,其均值分别为  $254.9 \text{ Hz}$ 、 $2.91\%$ ,标准差分别为  $1.885 \text{ Hz}$ 、 $0.64\%$ ,变异系数分别为  $0.74\%$ 、 $22\%$ ,变异系数的定义为标准差除以均值,反映了试验数据的离散程度。

##### (4) 参数识别

固有频率  $\omega_n$  的变异系数很小,即固有频率的离散程度较小,因此在后续的参数识别中,将不再识别固有频率,而阻尼比  $\xi$  的变异系数较大,因此后续进行阻尼比的参数识别。基于表 1,设定  $\pi(\xi) = N(2.91\%, 0.64\%)$  作为阻尼比的先验分布。根据式(23)与式(24)结合贝叶斯推断模型可以得到阻尼比的后验分布,如图 11 所示。

表1 依次敲击各测点时的固有频率和阻尼比

Tab.1 The natural frequency and damping ratio of successively impacting every measuring point

测点编号	$\omega_n/\text{Hz}$	$\xi/\%$
3	256	2.58
4	258	2.64
5	255	3.18
6	256	2.14
8	255	4.01
9	253	3.63
10	252	2.55
11	254	2.51

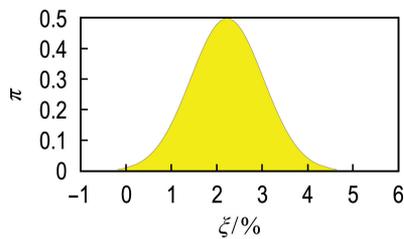


图11 阻尼比的后验分布

Fig.11 Posterior distribution of damping ratio

由图11可以看出,阻尼比概率最大值取  $\xi=2.23\%$ .

### 3.3 基于周期荷载试验的滞回参数辨识结果

采用周期荷载试验可以识别卫星螺栓连接结构的滞回参数.本文利用激振器进行周期荷载的模拟,实现滞回参数的识别.识别过程如下:

#### (1) 试验布置与过程

试验装置如图12所示,激励信息与采样频率如下:固支点,14号测点;激振器,电磁激振器;传感器,加速度传感器;传感器位置,2、7号测点;激励位置,11、12、13号测点;激励幅值,1、3 V;激励频率,16.6、50 Hz;采集系统,DHADS.

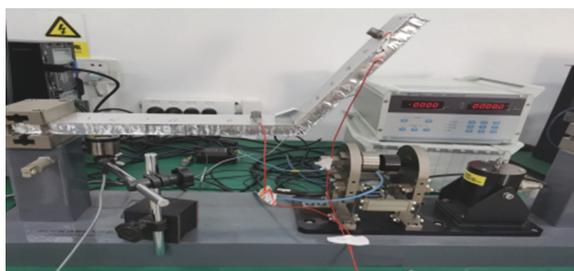


图12 激振器试验装置

Fig.12 Experimental equipment of exciter

#### (2) 数据采集

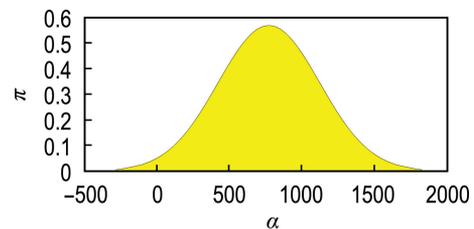
基于上述信息进行试验,获取不同激励振幅、激励频率下结构的加速度数据.

#### (3) 数据处理

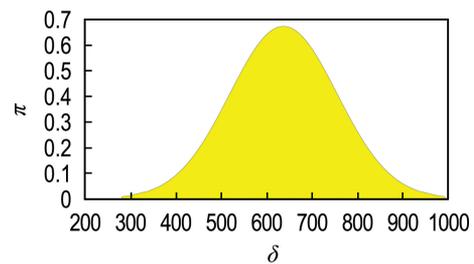
根据式(32)、(33)构建滞回参数的似然函数,参数的先验分布为均匀分布.

#### (4) 参数识别

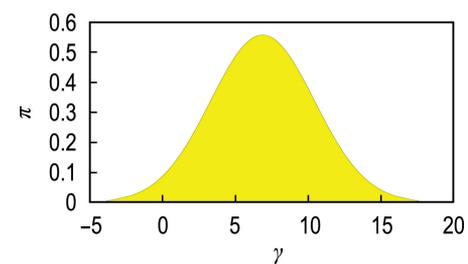
基于参数的先验分布与似然函数,结合贝叶斯推断模型得到滞回参数的后验分布如图13所示,可得滞回参数的最大概率为  $\alpha=775, \delta=637, \gamma=6.88$ .



(a) 参数  $\alpha$



(b) 参数  $\delta$



(c) 参数  $\gamma$

图13 参数  $\alpha, \delta, \gamma$  的后验分布

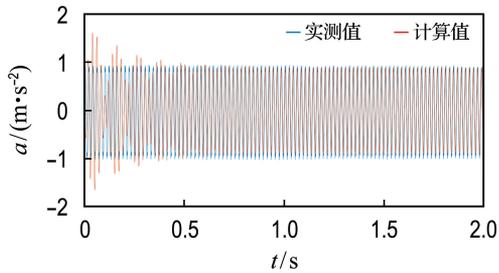
Fig.13 Posterior distribution of parameters  $\alpha, \delta, \gamma$

### 3.4 结果分析

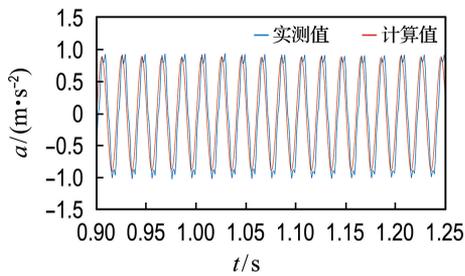
将上述识别出的结构参数及滞回参数代入式(28),求解微分方程,并将计算值与实测值进行对比,对比结果如图14(a)所示,结果对比细部图如图14(b)所示.利用函数均方误差来评估结果的合理性,均方误差表达式如下所示:

$$E = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (y_i - \hat{y}_i)^2} \quad (35)$$

将上述计算值与实测值代入式(35)中,得到均方误差为 0.018 5,表明参数识别准确.



(a) 结果对比



(b) 结果对比细部图

图 14 周期荷载下 Bouc-Wen 模型计算值与实测值结果对比

Fig. 14 The comparison between Bouc-Wen model computed results and the measured results under periodic loads

如图 14 所示,基于 Bouc-Wen 模型建立的卫星螺栓连接结构动力学模型能较好地反映结构在受到周期荷载时的响应.图 15 展示了由动力学模型计算得到的卫星螺栓连接结构在受到振幅为 1 V、频率为 50 Hz 的正弦荷载时的滞回曲线,该曲线反映了结构的滞回效应与能量耗散.

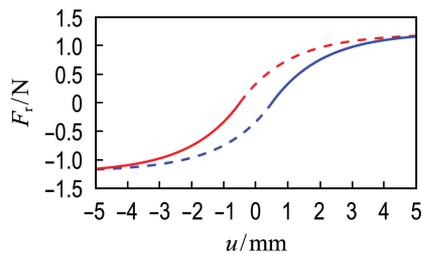


图 15 螺栓连接结构周期荷载下的滞回曲线

Fig. 15 Hysteretic curves of bolt connection structures under periodic loads

为验证已识别参数的准确性与动力学方程的适用性,对比了不同振幅及频率周期荷载下结构加速度实测值与方程计算值,并计算其均方误差,结果见表 2.

表 2 不同振幅及频率周期荷载下的均方误差  
Tab. 2 The mean squared errors with different amplitudes and frequencies under periodic loads

振幅/V	频率/Hz	均方误差
1	16.6	0.028 6
	50	0.018 5
2	16.6	0.032 0
	50	0.024 0
3	16.6	0.035 0
	50	0.021 0

由表 2 可知,在受到不同振幅及频率的周期荷载时,计算与实测加速度之间误差较小,表明基于贝叶斯推断的卫星螺栓连接结构含滞回效应动力学参数可准确地描述结构的动力学响应.

## 4 结 论

(1)基于 Bouc-Wen 模型建立了卫星螺栓连接结构含滞回效应的动力学方程,推导出方程新的滞回等效列式,提取出了待识别的结构参数(固有频率  $\omega_n$ 、阻尼比  $\xi$ )和滞回参数( $\alpha$ 、 $\gamma$ 、 $\delta$ ).

(2)基于工程经验结合试验分析给定待求参数的先验分布,利用一阶及三阶频响函数推导了不同参数的似然函数,基于似然函数更新了参数的先验分布,构建了可推导出参数后验分布的贝叶斯推断模型.

(3)通过分析卫星螺栓的结构特性与滞回特征,设计并开展了基于冲击荷载试验对结构参数进行识别;设计并开展了基于周期荷载试验对滞回参数进行识别.通过计算不同振幅不同频率的周期荷载计算值与实测值之间的均方误差,验证了方程的准确性,进而说明了本文所提出的基于贝叶斯推断的参数识别方法的可行性.

(4)本文所进行研究的试验件虽是基于易控试验进行操作的,但本文使用的贝叶斯推断模型及 Bouc-Wen 模型构建的是不确定性结构的动力学模型,分析能量耗散行为具有重要意义.

## 参考文献：

- [1] 宋波涛. 飞行器结构考虑连接面刚度的固有特性计算研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2003.  
SONG Botao. Natural characteristic calculation study of flight vehicle structure with contact surface stiffness [D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2003. (in Chinese)
- [2] 何国军, 竺润祥, 尹云玉. 考虑连接刚度的导弹固有特性分析 [J]. 强度与环境, 2006, **33**(1): 14-17.  
HE Guojun, ZHU Runxiang, YIN Yunyu. Analysis on inherent behavior considering the connecting rigidity of missiles [J]. **Structure and Environment Engineering**, 2006, **33**(1): 14-17. (in Chinese)
- [3] AHMADIAN H, JALALI H. Generic element formulation for modelling bolted lap joints [J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2007, **21**(5): 2318-2334.
- [4] LAW S S, WU Z M, CHAN S L. Analytical model of a slotted bolted connection element and its behaviour under dynamic load [J]. **Journal of Sound and Vibration**, 2006, **292**(3/4/5): 777-787.
- [5] IWAN W D. A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response [J]. **Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME**, 1964, **33**(4): 893-900.
- [6] IWAN W D. On a class of models for the yielding behavior of continuous and composite systems [J]. **Journal of Applied Mechanics, Transactions of the ASME**, 1964, **34**(3): 612-617.
- [7] VALANIS K C. Fundamental consequences of a new intrinsic time measure. Plasticity as a limit of the endochronic theory [J]. **Archives of Mechanics**, 1980, **32**: 68.
- [8] BOUC R. Forced vibrations of mechanical systems with hysteresis [C]// **Proceedings of the Fourth Conference on Nonlinear Oscillations**. Prague: [s. n.], 1967.
- [9] WEN Y K. Method for random vibration of hysteretic systems [J]. **Journal of Engineering Mechanics Division**, 1976, **102**(2): 249-263.
- [10] IWAN W D. The dynamic response of bilinear hysteretic systems [R]. California: California Institute of Technology, 1961.
- [11] 王维锐, 吴 参, 陈 颖, 等. 磁流变减振器滞回特性的改进 Bouc-Wen 模型 [J]. 农业机械学报, 2011, **42**(2): 48-53.  
WANG Weirui, WU Can, CHEN Ying, *et al.* Modified Bouc-Wen model based on hysteretic characteristic experiment of magneto-rheological damper [J]. **Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery**, 2011, **42**(2): 48-53. (in Chinese)
- [12] 曾思霖, 党选举, 张 霖. Bouc-Wen 迟滞模型的改进与音圈电机非光滑迟滞特性的描述 [J]. 振动与冲击, 2010, **29**(9): 82-85, 112.  
ZENG Silin, DANG Xuanju, ZHANG Lin. Improvement for Bouc-Wen hysteresis model and description on non-smooth hysteresis characteristic of voice coil motor [J]. **Journal of Vibration and Shock**, 2010, **29**(9): 82-85, 112. (in Chinese)
- [13] WANG D H, ZHU W, YANG Q. Linearization of stack piezoelectric ceramic actuators based on Bouc-Wen model [J]. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**, 2011, **22**(5): 401-413.
- [14] 侯景伟, 孔云峰, 孙九林. 蚁群算法在需水预测模型参数优化中的应用 [J]. 计算机应用, 2012, **32**(10): 2952-2955, 2959.  
HOU Jingwei, KONG Yunfeng, SUN Jiulin. Application of ant colony algorithm for parameter optimization of water demand prediction model [J]. **Journal of Computer Applications**, 2012, **32**(10): 2952-2955, 2959. (in Chinese)
- [15] NING Chaolie, WANG Liping, DU Wenqi. A practical approach to predict the hysteresis loop of reinforced concrete columns failing in different modes [J]. **Construction and Building Materials**, 2019, **218**: 644-656.
- [16] 韩小雷, 冯润平, 季 静, 等. 基于深度学习的 RC 梁集中塑性铰模型参数研究 [J]. 工程力学, 2021, **38**(11): 160-169.  
HAN Xiaolei, FENG Runping, JI Jing, *et al.* Research on parameters of the RC beam lumped plastic hinge model based on deep learning [J]. **Engineering Mechanics**, 2021, **38**(11): 160-169. (in Chinese)
- [17] 刘 佩, 袁 泉, 魏庆朝. 基于贝叶斯理论的恢复力模型参数识别方法 [J]. 计算力学学报, 2013, **30**(5): 621-626.  
LIU Pei, YUAN Quan, WEI Qingchao. Parameter

- identification methodology of restoring force model based on Bayesian theorem [J]. **Chinese Journal of Computational Mechanics**, 2013, **30**(5): 621-626. (in Chinese)
- [18] 高艳滨. 基于贝叶斯模型更新的结构损伤识别方法改进及应用 [D]. 哈尔滨: 中国地震局工程力学研究所, 2015.
- GAO Yanbin. Improvement and application of structural damage identification method based on Bayesian model updating [D]. Harbin: Institute of Engineering Mechanics, China Earthquake Administration, 2015. (in Chinese)
- [19] TELOLI R D O, DA SILVA S, RITTO T G, *et al.* Bayesian model identification of higher-order frequency response functions for structures assembled by bolted joints [J]. **Mechanical Systems and Signal Processing**, 2021, **151**(2): 107333.
- [20] JEFFREYS H, SWIRLES B, MORSE P M. Methods of mathematical physics [J]. **Physics Today**, 1956, **9**(9): 32-34.

## Identification of dynamic parameters of satellite bolt connection structures based on Bayesian inference

LU Senhao<sup>1,2</sup>, GU Naijian<sup>1,2</sup>, WU Wenhua<sup>\*1,2,3</sup>

- ( 1. Department of Engineering Mechanics, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;  
 2. State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;  
 3. Ningbo Institute of Dalian University of Technology, Ningbo 315000, China )

**Abstract:** The bolt connection structure would lead to the loss of satellite stiffness and energy dissipation during the operation process of spacecraft such as satellite. The dynamic parameter identification method with energy dissipation and hysteretic effect of bolt connection structure of satellite is studied. Firstly, aiming at the dynamic characteristic of bolt connection structure, Bouc-Wen (B-W) model of bolt connection structure with dynamic dissipation is derived. A series of new forms of B-W model are given under different loads. Then, the hammer impact excitation loading and exciter periodic excitation loading testing systems are established respectively to carry out the dynamic parameter inversion identification of bolt connection structure based on Bayesian inference model. The dynamic parameters of Bouc-Wen model together with the hysteretic curve of bolt connection structure are obtained under periodic loads. Finally, the accelerations of satellite bolt connection structure are calculated based on Bouc-Wen model under different loads. By calculating the mean squared errors between the calculated data of new form and the measured data, the compatibility degree of them is compared, the results show that the mean squared errors of the two methods are small, and the proposed method is feasible and accurate in solving the identification of dynamic parameters of satellite bolt connection structures.

**Key words:** bolt connection structure; Bouc-Wen model; Bayesian inference model; nonlinear hysteresis